



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

**LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE  
CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI**

Identificazione: SIT/Tec-004/03

Revisione: 1

Data 2004/05/25

Pagina 1 di 36

Annotazioni:

eliminato errore nel calcolo dell'incertezza della differenza di volumi §8.3.3.1,  
formula 28 bis


COPIA CONTROLLATA N°

CONSEGNATA A:

COPIA NON CONTROLLATA N°

CONSEGNATA A:


	Revisione	2004/05/25	A. Cappa .....	M. Mosca.....
0	Emissione	2003-08-10	A. Cappa .....	M. Mosca.....
Revisione	Descrizione	Data	Redazione	Approvazione

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO  <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 2 di 36

## LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI

### Indice

- 0 Scopo
- 1 Campo di applicazione
- 2 Riferimenti
- 3 La bilancia
- 4 Generalità sui campioni di massa.
  - 4.1 Requisiti specifici del SIT sui campioni di massa dei Laboratori accreditati
- 5 Procedure operative.
  - 5.1 Operazioni preliminari delle procedure di taratura delle masse.
- 6 Metodi di taratura.
- 7 Taratura per lettura diretta.
  - 7.1 Procedura A: misura del valore convenzionale di una massa con il metodo delle lettura diretta.
  - 7.2 Stima del misurando (modello della misura).
  - 7.3 Stima delle correzioni necessarie.
  - 7.4 Stima dell'incertezza composta del misurando
  - 7.5 Incertezza estesa del misurando
- 8 Taratura per confronto: un campione - un misurando
  - 8.1 Procedura operativa
  - 8.2 Stima del misurando
  - 8.3 Stima dell'incertezza composta del misurando
  - 8.4 Incertezza estesa del misurando
- 9 Taratura per confronto: un campione più misurandi
  - 9.1 Procedura operativa
  - 9.2 Stima del *jesimo* misurando
  - 9.3 Stima dell'incertezza del *jesimo* misurando
- Appendice 1: Calcolo della densità dell'aria
- Appendice 2: Esempio di certificato di taratura di una bilancia

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	<b>TITOLO</b>  <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 3 di 36

## 0 Scopo

Questo documento fornisce le linee guida per preparare le procedure di pesatura e di taratura del valore convenzionale di massa di corpi fisici, e in particolare di campioni di massa, presso i Laboratori di Taratura accreditati o altri Laboratori interessati a garantire la riferibilità delle proprie misure. Non deve essere considerato come una procedura esso stesso, anche se contiene indicazioni utili per la sua realizzazione.

## 1 Campo di applicazione

Il documento è applicabile, al livello dei laboratori secondari, per le tarature, in aria, di valore convenzionale di massa di corpi aventi masse comprese tra 1 mg e 5000 kg. I concetti possono essere estesi a qualunque tipo di pesatura che avvenga con metodo gravimetrico, cioè con strumenti che sono sensibili all'effetto della forza di gravità sui corpi fisici.

L'esigenza di riferibilità nelle operazioni di pesatura industriale acquista sempre più importanza per l'assicurazione della qualità delle aziende [12]. E' importante essere in grado di dimostrare, ai vari livelli di accuratezza, che una catena ininterrotta di confronti lega le proprie misure ai campioni nazionali, valutandone l'incertezza secondo i riferimenti accettati della metrologia internazionale [1, 2 e 3].

## 2 Riferimenti

La presente linea guida tiene conto di precedenti documenti sulla taratura delle bilance [4] e sulla conferma metrologica nei laboratori di pesatura [5].

Ulteriore documentazione disponibile, di cui si è tenuto conto in questa stesura, è quella di origine metrico legale [6 e 7]. In merito si deve precisare che le prescrizioni metrico legali sono cogenti solo nei campi previsti dalla legge, in particolar modo quando le misurazioni in esame sono oggetto di transazioni tra terzi. Tuttavia, per la loro gran diffusione e per la serietà del lavoro scientifico che le ha prodotte, non possono essere trascurate nel campo del controllo di qualità. Per quanto riguarda argomentazioni di carattere scientifico sulle misure di massa e la disseminazione del campione di massa, che qui verranno solo parzialmente sfiorate, si veda [8 e 9].

[1] UNI CEI ENV 13005 "Guida all'espressione dell'incertezza di misura", 2000

[2] EA-4/02 "Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration" ex EAL-R2, Dec. 2000

[3] "Supplement 1 to EAL-R2 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration Examples" EAL-R2-S1, November 1997

[4] SIT/Tec-003/03 "Linea guida per la taratura di bilance", 2003

[5] A. Cappa, M. Mosca "Il sistema di Conferma Metrologica in un laboratorio di misure di massa", IMGC rapporto interno P228, aggiornamento Agosto 2001)


[6] OIML R111 "Weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>3</sub>", 1994

[7] OIML R111 "Weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>1-2</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>2-3</sub> and M<sub>3</sub>", Part 1 - Testing Procedures for Weights" Submitted to CIML, 2002

[8] W. Bich "Variances, covariances and restraints" Metrologia 1990

[9] W. Bich, M. G. Cox, P. M. Harris "Uncertainty modeling in mass comparison" Metrologia 1994

[10] UNI CEI EN 45501 "Aspetti metrologici di strumenti per pesare non automatici" 1998

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 4 di 36

[11] OIML R33 “Valeur conventionnelle da resultatat des pesées dans l’air”, 1973

[12] UNI CEI EN ISO/IEC 17025 “Requisiti generali per la competenza dei laboratori di prova e di taratura”, 2000

[13] SIT Doc-523 “Guida per la stesura delle procedure di taratura e di prova”, 2002

[14] R. S. Davis “Equation for the Determination of the Density of Moisty Air (1981/91)”, Metrologia vol. 29, pp 67-70, 1992

[15] M. Abramovitz, I. A. Stegun “Handbook of Mathematical Functions” Dover Publications Inc, New York, 1965

### 3 La bilancia

Lo strumento per pesare è naturalmente il primo obiettivo dello studio qui presentato. Si rimanda a [4] per un più approfondito esame sul metodo di taratura e per una bibliografia sull’argomento. Per la normativa metrico legale sulle bilance e per la terminologia si veda [10]. In seguito riterremo che le procedure descritte siano applicate su moderne bilance elettroniche a compensazione magnetica, l’estensione dei concetti qui espressi ad altri casi di bilance (meccaniche a contrappeso, a due bracci, analitiche con masse interne, a celle di carico, ...) può essere fatto con le dovute distinzioni.

Anche se il problema della modellizzazione è assai complesso, si può dire che una bilancia, quando sul suo ricettore di carico si posi un corpo di massa  $m$ , volume  $V$ , magnetizzazione residua  $M$ , in ambiente caratterizzato da accelerazione di gravità  $g$ , atmosfera di densità  $\rho_a$ , campo magnetico  $H$  e gradiente di campo magnetico  $\frac{\partial H}{\partial z}$  lungo l’asse verticale  $z$  del corpo, fornisce un’indicazione  $L$  proporzionale alla forza  $F$  agente sul ricettore di carico. Si può scrivere:

$$F = F_g + F_b + F_m \quad (1)$$

con:

$$F_g = m g \quad \text{Forza peso} \quad (1a)$$

$$F_b = V \rho_a g \quad \text{Spinta di galleggiamento} \quad (1b)$$


$$F_m = [M + (\chi - \chi_0) H] \mu_0 V \frac{\partial H}{\partial z} \quad \text{Forza magnetica} \quad (1c)$$

dove:  $\chi$  e  $\chi_0$  sono la suscettività magnetica del corpo e del vuoto  
 $\mu_0$  è la permeabilità magnetica del vuoto ( $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ )

Il modello qui presentato trascura gli aspetti vettoriali del problema, nonché l’effetto di numerose altre variabili d’influenza. Spesso, in un uso tecnicamente poco attento, si ignora l’effetto di 1b e 1c; l’effetto dell’eq. 1c è spesso effettivamente trascurabile se si tarano masse di buona qualità (costruite con materiali paramagnetici) con bilance di pregio (non sensibili al campo magnetico esterno). Vedremo in ogni modo cosa implica trascurare le ultime due componenti rispetto alla prima.

Una bilancia usata per tarare la massa di oggetti deve essere stata sottoposta a taratura, quindi deve essere noto, perché rilevabile da un certificato in corso di validità:

- $u_B$ : l’incertezza composta tipo di ripetibilità della bilancia, stimata a partire dallo scarto tipo della bilancia valutato almeno due volte, alla portata massima e alla sua metà;

	<b>TITOLO</b>  <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 5 di 36

- il polinomio di linearizzazione di coefficienti  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$  e la matrice di covarianza  $\Psi_\alpha$ ; oppure:
- la tabella con gli scostamenti di taratura della bilancia e la corrispondente incertezza di taratura, per almeno 10 carichi equidistanti entro la portata dello strumento;
- il periodo di tempo  $t$  intervallo d'attesa per letture stabili;
- $\text{diff}L_{\max}$ : la differenza massima tra le letture effettuate con carico eccentrico, per un carico circa uguale a metà della portata massima.

Inoltre si conosce l'unità di formato ( $uf$ ) dello strumento, talvolta indicato anche come la divisione dello strumento, cioè la più piccola massa che può essere indicata dalla bilancia.

E' bene che la bilancia lavori con un intervallo di tempo  $T$ , tra una lettura e l'altra, costante, pari a  $t$  più il tempo necessario per le operazioni di carico e scarico degli oggetti e di acquisizione dei dati.

#### 4. Generalità sui campioni di massa.

Per ovviare, almeno in parte, alla sensibilità delle bilance al volume del carico si è provveduto a definire il cosiddetto *valore convenzionale del risultato delle pesate in aria* o *valore convenzionale di massa*  $m_c$  di una massa di valore  $m$  [11]. Questo è definito uguale al valore che avrebbe una massa ideale di densità  $8000 \text{ kg m}^{-3}$ , a  $20^\circ \text{C}$ , tale da equilibrare l'oggetto di massa  $m$  e densità  $\rho$  in una bilancia ideale, in una atmosfera ideale di densità  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$  e alla temperatura di  $20^\circ \text{C}$ . Quindi, la relazione che si può scrivere è:


$$m \left( 1 - \frac{1,2}{\rho} \right) = m_c \left( 1 - \frac{1,2}{8000} \right) \quad (2)$$

La definizione privilegia la condizione in cui la densità dell'aria  $\rho_a$  vale  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$  (praticamente questo è vero solo al livello del mare, ad un'altezza di 200-250 m s.l.m. mediamente si può supporre  $\rho_a = 1,17 \text{ kg m}^{-3}$ ) e la densità dell'oggetto è  $8000 \text{ kg m}^{-3}$ . La eq. 2 evidenzia che quando  $\rho = 8000 \text{ kg m}^{-3}$  è  $m_c = m$ ; quando questo non si verifica la differenza tra  $m_c$  e  $m$  cresce con la differenza tra  $\rho$  e 8000; ad esempio 1 kg di acqua potabile ( $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ ) ha massa convenzionale pari a 998,949 842 g la differenza relativa tra  $m_c$  e  $m$  è superiore ad una parte per mille. Circa l'effetto di  $\rho_a$  vedremo in seguito come valutarne gli effetti.

Nel seguito, per brevità, la "massa convenzionale" sarà indicata semplicemente come "massa".

I costruttori di bilance predispongono le scale degli strumenti in modo che presentino sull'indicatore un dato il più vicino possibile al valore convenzionale di massa del corpo posto sul ricettore di carico. Purtroppo, a causa del fatto che le pesature avvengono raramente in aria di densità  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$ , il confronto tra masse di diversa densità, noto il valore convenzionale del campione, comporta la determinazione del valore convenzionale di massa dell'incognita con un errore che dovrà essere stimato assieme alla sua incertezza, e ove si decida che la correzione è trascurabile, si dovrà comunque stimarne l'effetto sull'incertezza.

Nei riferimenti già riportati si trova ampio materiale su come devono venire fabbricati, conservati e tarati i campioni di massa. Qui, brevemente si ricorda che, dal punto di vista metrico legale, i campioni di massa sono suddivisi nelle 7 classi di accuratezza  $E_1, E_2, F_1, F_2, M_1, M_2, M_3$ , per ognuna delle quali sono diversi il massimo errore permesso  $\delta m$  (uguale alla differenza tra il valore nominale e il valore certificato della massa), l'incertezza, la forma e le caratteristiche fisiche

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 6 di 36

consentite. I limiti per ogni classe dell'errore massimo permesso e della densità, se i campioni hanno valore nominale compreso tra 100 g e 50 kg, sono riportati in tab. 1.

La [6] stabilisce che, con l'esclusione della classe E<sub>1</sub>, l'incertezza estesa  $U$  delle masse (con fattore di copertura  $k = 2$ ) debba essere non superiore ad un terzo di  $\delta m$ .

*Tabella 1 - Alcune caratteristiche delle diverse classi di accuratezza dei campioni di massa (limitatamente ai valori compresi tra 100 g e 50 kg)*

Classe di accuratezza del campione	Massimo errore relativo permesso $\delta m/m$	Variazioni di densità del materiale consentite $\text{kg m}^{-3}$
E <sub>1</sub>	$0,5 \cdot 10^{-6}$	$7934 \leq \rho \leq 8067$
E <sub>2</sub>	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$7810 \leq \rho \leq 8210$
F <sub>1</sub>	$5 \cdot 10^{-6}$	$7390 \leq \rho \leq 8730$
F <sub>2</sub>	$15 \cdot 10^{-6}$	$6400 \leq \rho \leq 10700$
M <sub>1</sub>	$50 \cdot 10^{-6}$	$\rho \geq 4400$
M <sub>2</sub>	$150 \cdot 10^{-6}$	$\rho \geq 2300$
M <sub>3</sub>	$500 \cdot 10^{-6}$	

#### **4.1 Requisiti specifici del SIT sui campioni di massa dei Laboratori accreditati**

Il SIT ritiene che i requisiti contenuti in R 111 §1.2.2, per la loro specificità metrico-legale siano da applicarsi solo da quei Laboratori che ne abbiano l'obbligo. I Centri accreditati potranno emettere certificati di taratura con i livelli di incertezza compatibili con quanto previsto dalle tabelle di accreditamento, indipendentemente dalla eventuale classificazione degli oggetti da tarare.


I Laboratori che richiedono l'accreditamento per la taratura del valore convenzionale di massa devono essere dotati almeno delle seguenti campioni:

campioni di prima linea, che assicurano la riferibilità del Laboratorio essendo stati tarati da un Istituto Metrologico Nazionale italiano (Istituto di Metrologia "G. Colonnelli del C. N. R.") o estero, o da un Laboratorio di idonea valenza accreditato dal SIT o da un Organismo di Accreditamento firmatario degli accordi di mutuo riconoscimento EA-MLA (nell'ambito dell'*European co-operation for Accreditation*) o ILAC-MRA (nell'ambito dell'*International Laboratory Accreditation Co-operation*);

campioni di seconda linea, che sono normalmente tarati dal Laboratorio stesso per confronto con i campioni di prima linea, seguendo le proprie procedure, e vengono utilizzati come campioni nei confronti con gli oggetti da tarare dei Clienti;

campioni di seconda linea viaggianti, qualora il Laboratorio effettui tarature di bilance, necessariamente presso la sede della loro installazione presso il Cliente.

La periodicità delle tarature deve essere stabilita dal Laboratorio tenendo conto dell'uso del campione, della sua qualità e stabilità. Deve essere approvata dal SIT. Tra una taratura e l'altra si devono effettuare i controlli di conferma metrologica previsti in conformità a UNI CEI EN 30012 (si veda [12]). Per i campioni viaggianti costituiti da pesiere fino a 20 kg si effettuano controlli su tutti gli elementi della pesiera almeno entro il più breve periodo tra sei utilizzi fuori sede e sei mesi. Per i campioni viaggianti costituiti da masse di valore superiore a 20 kg si deve prevedere un controllo ad ogni uscita, a rotazione, su un sottoinsieme di almeno il 10 % degli oggetti che sono stati spostati presso il cliente.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	<b>TITOLO</b> <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 7 di 36

## 5 Procedure operative.

Le procedure operative devono essere predisposte tenendo conto delle situazioni reali di misura, delle capacità operative del laboratorio e, più in generale, delle direttive italiane ed internazionali [12 e 13]. Si riportano qui alcune precisazioni di carattere tecnico che riguardano specificatamente le misure di massa.

*Tabella 2 - Tempi di stabilizzazione termica delle masse in funzione della differenza di temperatura iniziale  $\Delta T$  tra corpo e strumento per pesare.*

$\Delta T$	Valore del peso	Classe E <sub>1</sub>	Classe E <sub>2</sub>	Classe F <sub>1</sub>	Classe F <sub>2</sub>
$\pm 20\text{ }^{\circ}\text{C}$	10, 20, 50 kg	45 h	27 h	12 h	3 h
	1, 2, 5 kg	18 h	12 h	6 h	2 h
	100, 200, 500 g	8 h	5 h	3 h	1 h
	10, 20, 50 g	2 h	2 h	1 h	0,5 h
	< 10 g	1 h			
$\pm 5\text{ }^{\circ}\text{C}$	10, 20, 50 kg	36 h	18 h	4 h	1 h
	1, 2, 5 kg	15 h	8 h	3 h	1 h
	100, 200, 500 g	6 h	4 h	2 h	0,5 h
	10, 20, 50 g	2 h	1 h	1 h	0,5 h
	< 10 g	0,5 h			
$\pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$	10, 20, 50 kg	27 h	10 h	1 h	0,5 h
	1, 2, 5 kg	12 h	5 h	1 h	0,5 h
	100, 200, 500 g	5 h	3 h	1 h	0,5 h
	< 100 g	1 h			


### 5.1 Operazioni preliminari delle procedure di taratura delle masse.

Prima di procedere alla taratura di una massa si deve verificare il buon funzionamento della bilancia. Si deve esaminare il certificato dello strumento ed acquisire i dati riportati al §3. La bilancia, come tutti gli strumenti di misura, è bene che sia sempre in connessione con l'alimentazione elettrica; comunque prima di essere impiegata in una taratura di massa deve essere stata alimentata ininterrottamente almeno per 12 ore. Le tarature di tipo industriale riporteranno i tempi d'accensione preventiva compatibili con i livelli d'incertezza voluti.

#### 5.1.1 - Pulizia delle masse e modi di loro manipolazione

Lo stato di pulizia di una massa influenza grandemente il risultato della sua taratura; in [7] si stabilisce, infatti, che i pesi devono essere maneggiati e conservati in modo da mantenerli puliti. Prima della taratura la polvere e ogni altra particella estranea deve essere rimossa usando, per esempio, un flusso di gas (gas pulito, non aria compressa) o un pennello morbido. Si deve aver cura che abrasioni non abbiano da cambiare le proprietà della superfici.

Se un peso è sporco in modo tale da non poter essere pulito come sopra indicato potrà essere lavato, per intero o in parte, con alcol pulito, acqua distillata o altro solvente. Masse con cavità interne non devono essere normalmente immerse nel solvente se vi è la possibilità che il solvente penetri al loro interno.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 8 di 36

La pulizia non dovrebbe rimuovere alcuna parte significativa del materiale costituente la massa. Dopo la pulizia con solvente, la massa deve essere lasciata a stabilizzarsi. I tempi tipici, dopo lavaggio con alcol, sono: per la classe  $E_1$  da 7 a 10 giorni, per la classe  $E_2$  da 3 a 6 giorni, per la classe  $F_1$ , 1 o 2 giorni, per le rimanenti classi almeno 1 ora. Se si usa il lavaggio con acqua distillata i tempi consigliati sono: per la classe  $E_1$  da 4 a 6 giorni, per la classe  $E_2$  da 2 a 3 giorni, per la classe  $F_1$ , 1 giorno, per le rimanenti classi almeno 1 ora.

#### 5.1.2 - Stabilizzazione termica della masse

E' necessario che le masse prima della taratura raggiungano l'equilibrio termico con lo strumento per pesare. Questo si può ritenere sia verificato se si seguono le indicazioni di [7], § 4.4.3, ponendo i corpi in taratura nei pressi della bilancia e attendendo un tempo di stabilizzazione almeno pari a quanto previsto in tab.2

#### 5.1.3 - Caricamento della bilancia

Si deve prestare sempre la massima attenzione affinché il corpo da pesare sia posto esattamente al centro del ricettore di carico.

#### 5.1.4 - Sensibilità della bilancia ai carichi magnetici

La stima del parametro  $F_m$  nella (1c) è evidentemente non semplice, specie in ambito industriale. Qualora si abbia sospetto di una troppo elevata sensibilità magnetica della bilancia, oppure in presenza di corpi da tarare il cui paramagnetismo non sia certo, si raccomanda di effettuare la prova seguente, utilizzando oltre al corpo da tarare anche un distanziale, di materiale solido, sicuramente paramagnetico, e dimensione assiale almeno pari a metà del diametro del ricettore di carico. Il distanziale può essere fatto di alluminio, di legno duro e non resinoso, di teflon o di altre materie plastiche. Il distanziale deve essere pesabile assieme al corpo da tarare. Si seguirà la seguente procedura:

m1 - Pesare il corpo con sopra il distanziale, si abbia dalla bilancia l'indicazione  $L_1$ .


m2 - Pesare il distanziale con sopra il corpo da tarare, si abbia l'indicazione  $L_2$ .

Se  $|L_1 - L_2| \leq 2 u_B$  (con  $u_B$  l'incertezza composta tipo di ripetibilità della bilancia) l'effetto magnetico non influenza sensibilmente la misura, altrimenti l'effetto magnetico non è trascurabile. In quest'ultimo caso si può effettuare la taratura interponendo sempre il distanziale al carico, oppure in modo usuale, senza distanziale, ma si aumenta l'incertezza di taratura come precisato nei successivi §7.4 e §8.3.4.

#### 5.1.5 - Riscaldamento della bilancia

Quando si inizia una serie di pesate, oltre all'equilibrio termico tra masse e bilancia, queste devono stabilizzarsi termicamente anche con l'operatore. Questo si ottiene con una serie di pesature il cui risultato non sarà utilizzato per la certificazione, durante le quali tutte le masse e i campioni in corso di taratura vengono posti sulla bilancia attendendo l'intervallo tra una lettura e l'altra  $T$ , ripetendo tali operazioni per una durata complessiva di almeno 10 min. Durante queste pesate simulate si verificherà la regolarità dello sblocco della bilancia e del suo ritorno a zero (se possibile).



 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 9 di 36

#### 5.1.6 - Prescrizioni del costruttore della bilancia

Naturalmente prima della taratura si devono seguire le prescrizioni del costruttore della bilancia per quanto riguarda l'azzeramento, l'aggiustaggio (o messa a punto) e il condizionamento software dello strumento.

#### 5.1.7 - Foglio raccolta dati

Il foglio di raccolta dati della misura deve contenere tutti i parametri che permettano di identificare l'oggetto della misura, l'operatore, il laboratorio dove sono avvenute le misure, la data, l'ora, le condizioni ambientali (la temperatura è sempre necessaria, pressione e umidità lo sono se si devono fare le correzioni dovute alla densità dell'aria) e, se opportuno, il condizionamento software (o menù) sotto il quale la bilancia opera.

### 6 Metodi di taratura.

Presenteremo solo alcuni dei metodi utilizzabili per tarare la massa dei corpi, limitandoci ai casi utili in ambiente industriale o presso i centri di taratura accreditati. Il riferimento più immediato è rivolto ai corpi solidi, e in particolare agli insiemi di campioni di massa denominati pesiere, ma i metodi sono espandibili a qualunque corpo. Tratteremo separatamente le misure per lettura diretta e le misure per confronto, nel primo caso la bilancia fornisce il campione di riferimento, nel secondo la bilancia funziona semplicemente da comparatore.

### 7 Taratura per lettura diretta.

Si riprende qui quanto ampiamente illustrato in [4]. Si procede nel modo seguente:

#### 7.1 Procedura A: misura del valore convenzionale di una massa con il metodo della lettura diretta della bilancia.

A.1 A ricettore di carico vuoto si eseguono le operazioni preliminari alla pesatura, si azzerla la bilancia se lo strumento è dotato di azzeramento automatico, altrimenti si annota l'indicazione  $L_1$ ;

A.2 si appoggia il carico previsto di massa  $m_x$  incognita sul ricettore di carico;

A.3 si attende il tempo  $T$  di stabilizzazione della lettura previsto e si effettua la lettura  $L_2$  che viene segnato sul fogli raccolta dati;

A.4 si rimuove il carico dal ricettore, si attende il tempo  $T$  e si verifica che l'indicazione della bilancia sia tornata a zero, altrimenti si annota  $L_3$ ;

A.5 Si ricava la lettura  $L$  corrispondente alla massa. Se la bilancia prevede l'azzeramento automatico e nel punto A.4 non si è ripristinato il valore di partenza, si preferisce ripetere A.2, A.3, A.4 finché  $L_3 = L_1 = 0$ . In questo caso si assume:

$$L = L_2 \quad (3)$$


Se l'azzeramento automatico non è possibile si effettua una correzione della lettura  $L_2$ :

$$L = L_2 - 0,5 \cdot (L_1 + L_3) \quad (3bis)$$

#### 7.2 Stima del misurando (modello della misura).

Il valore convenzionale di massa che corrisponde alla massa incognita (misurando) del corpo si può stimare a partire da:

$$m_x = L + \delta L + \delta m_B + \delta m_e + \delta m_m + \delta m_t + \delta m_o \quad (4)$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 10 di 36

con:  $L$  la lettura della bilancia così come ricavata in (3) o (3bis).

$\delta L$  la correzione della lettura dovuta all'effetto di non linearità della bilancia.

$\delta m_B$  la correzione di massa che bisogna effettuare per tener conto della diversa spinta di galleggiamento su corpi di densità  $\rho$  diversa da  $8000 \text{ kg m}^{-3}$  in aria di densità  $\rho_a$  diversa da  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$ .

$\delta m_e$  la correzione dovuta per tener conto della sensibilità della bilancia ai carichi eccentrici.

$\delta m_m$  la correzione dovuta per tener conto della sensibilità della bilancia ai carichi magnetici.

$\delta m_t$  la correzione dovuta per tener conto della sensibilità della bilancia alle variazioni di temperatura.

$\delta m_o$  la correzione dovuta per tener conto della sensibilità della misura ad altri effetti ambientali (operatore,...).

### 7.3 Stima delle correzioni necessarie.

#### 7.3.1 Effetto della non linearità della bilancia.

Il certificato di taratura della bilancia deve indicare il modo per correggere la non linearità della bilancia. Possono verificarsi i seguenti casi:

7.3.1.1 Il certificato riporta un polinomio di grado  $p$  e di coefficienti  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$  che permette di calcolare la correzione  $\delta L$  da aggiungere alla lettura  $L$ :

$$\delta L = \alpha_0 + \alpha_1 L + \dots + \alpha_p L^p \quad (5)$$

La relazione (5) può essere scritta con notazione vettoriale: definito il vettore riga  $\mathbf{a} = (1 \ L \ \dots \ L^p)$  il

vettore colonna  $\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{a} \boldsymbol{\alpha}$  il loro prodotto, sarà  $\delta L = \mathbf{a} \boldsymbol{\alpha} \quad (5')$

7.3.1.2 Il certificato riporta un altro polinomio di coefficienti  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$  che permette di calcolare direttamente la lettura corretta  $L$ :

$$L + \delta L = \alpha_0 + \alpha_1 L + \dots + \alpha_p L^p \quad (5\text{bis})$$


in notazione vettoriale  $L = \mathbf{a} \boldsymbol{\alpha}$

In questo caso nella (4) si inserisce direttamente il termine  $L + \delta L$ .

7.3.1.3 Il certificato riporta solo una tabella di taratura della bilancia in questo caso  $\delta L$  (o  $L$  direttamente) viene ricavata interpolando la correzione tra i valori forniti.

$$\delta L = \text{interpolazione da tabella} \quad (5\text{ter})$$

7.3.1.4 E' anche possibile, anche se comporta un certo costo a livello di incertezza, non effettuare la correzione di non-linearità; questo ha senso in ambito industriale ove la rapidità della misura sia considerata premiante sull'incertezza. In questo caso:

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 11 di 36

$$\delta L = 0$$

(5quater)

### 7.3.2 Effetto di galleggiamento.

Tenendo conto della definizione di massa convenzionale (2) e della (1b) si può ricavare:

$$\delta m_B = m_x (\rho_a - 1,2) \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{8000} \right) \quad (6)$$

Il valore della correzione relativa  $\delta m_B / m_x$  per alcuni materiali, in aria di densità nota è riportato in tab. 3. La densità dell'aria (nel campo di variazione indicato  $1,14 \div 1,18$ ) ha un limitato effetto sulla correzione che è più fortemente influenzata dalla densità del materiale. Mentre le correzioni dovute al volume sono spesso trascurabili per materiali costruiti in leghe di ferro o di ottone, la stima della massa convenzionale di corpi di bassa densità ( $< 3000 \text{ kg m}^{-3}$ ), specie se effettuata con bilance di tipo analitico (con più di 500 000 divisioni), richiede che il termine  $\delta m_B$  venga attentamente esaminato.

I dati della densità e della sua incertezza composta provengono da [7] e l'incertezza della correzione è stata calcolata supponendo  $u(\rho_a) = 0,02 \text{ kg m}^{-3}$ .

*Tabella 3 – Valori della correzione relativa del valore di massa convenzionale e della sua incertezza composta per alcuni dei materiali di cui possono essere composti gli oggetti di cui si tara la massa (metodo della lettura diretta)*

Lega o materiale	Densità $\rho$ / $\text{kg m}^{-3}$	$u(\rho)$ / $\text{kg m}^{-3}$	$\delta m_B / m_x$ se	$\delta m_B / m_x$ se	$\delta m_B / m_x$ se	$u(\delta m_B) / m_x$
			$\rho_a = 1,14 \text{ kg m}^{-3}$	$\rho_a = 1,16 \text{ kg m}^{-3}$	$\rho_a = 1,18 \text{ kg m}^{-3}$	
Platino	21400	75	$4,696 \cdot 10^{-6}$	$3,131 \cdot 10^{-6}$	$1,565 \cdot 10^{-6}$	$1,57 \cdot 10^{-6}$
Ottone	8400	85	$3,571 \cdot 10^{-7}$	$2,381 \cdot 10^{-7}$	$1,190 \cdot 10^{-7}$	$1,41 \cdot 10^{-7}$
Acciaio inossidabile	7950	70	$-4,717 \cdot 10^{-8}$	$-3,145 \cdot 10^{-8}$	$-1,572 \cdot 10^{-8}$	$7,18 \cdot 10^{-8}$
Acciaio al carbonio	7700	100	$-2,922 \cdot 10^{-7}$	$-1,948 \cdot 10^{-7}$	$-9,740 \cdot 10^{-8}$	$1,44 \cdot 10^{-7}$
Ghisa bianca	7700	200	$-2,922 \cdot 10^{-7}$	$-1,948 \cdot 10^{-7}$	$-9,740 \cdot 10^{-8}$	$2,35 \cdot 10^{-7}$
Ghisa grigia	7100	300	$-9,507 \cdot 10^{-7}$	$-6,338 \cdot 10^{-7}$	$-3,169 \cdot 10^{-7}$	$4,92 \cdot 10^{-7}$
Alluminio	2700	65	$-1,472 \cdot 10^{-5}$	$-9,815 \cdot 10^{-6}$	$-4,907 \cdot 10^{-6}$	$4,94 \cdot 10^{-6}$
Acqua potabile	1000	5	$-5,250 \cdot 10^{-5}$	$-3,500 \cdot 10^{-5}$	$-1,750 \cdot 10^{-5}$	$1,75 \cdot 10^{-5}$

### 7.3.4 Correzione per l'eccentricità.


Solitamente non si riesce ad effettuare una soddisfacente correzione essendo difficile conoscere con precisione la posizione del carico rispetto al centro del ricettore di carico. Si preferisce assumere  $\delta m_e = 0$  e tenerne conto nell'incertezza.

### 7.3.5 Correzione dovuta alla temperatura.

Si può supporre:

$$\delta m_t = K_t m_x \Delta t \quad (7)$$

ove con  $K_t$  si intende il coefficiente di sensibilità termica e con  $\Delta t$  la variazione tra la temperatura di misura e la temperatura a cui la bilancia è stata tarata. Il coefficiente di sensibilità termico è raramente noto con una certa precisione, si preferisce quindi assumere anche in questo caso  $\delta m_t = 0$  e tenerne conto nell'incertezza.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 12 di 36

### 7.3.6 Correzione dovuta ad effetti magnetici.

Anche in questo caso si tratta di effetti difficili da quantificare. Per molte bilance è possibile trascurarne l'effetto sia come correzione che come incertezza. Se il test qualitativo descritto in 4.1.4 ha dimostrato la sensibilità della bilancia ai carichi magnetici e se non si può distanziare il carico dal piatto della bilancia in modo sufficiente si assume  $\delta m_m = 0$ , ma se ne terrà conto nell'incertezza.

### 7.3.7 Correzione dovuta ad effetti ambientali ulteriori.

Si introducono, anche in questo caso a livello di incertezza e non di correzione, gli effetti locali che si ritiene non siano trascurabili.

*Esempio 7.1* Si suppone che sia disponibile la bilancia di cui esiste il certificato riprodotto in appendice 2. Con tale strumento e un oggetto in taratura costituito da un elemento di valore nominale 2 kg di una pesiera di acciaio ( $\rho \cong 8000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) si sono ottenute le seguenti letture:

$$L'_1 = 0 \quad L'_2 = 2000 \quad L'_3 = -0,01$$

si vuole stimare il valore del misurando, supponendo necessaria la sola correzione per non linearità.

Si applica la (3bis) e si ottiene  $L = 2000 - 0,5 (0 - 0,01) = 2000,005$

I coefficienti del polinomio interpolatore per ricavare la correzione  $\delta L$  della lettura si ottengono dal certificato di appendice 2, perciò si applica la (5)

$$\delta L = -0,00007147 - 0,00001301 L + 8,0688 \cdot 10^{-9} L^2 - 1,6592 \cdot 10^{-12} L^3 = -0,0071 \text{ g}$$

Il valore di  $\delta L$  può essere ricavato anche direttamente dal certificato.

Si suppone che tutte le altre correzioni non siano necessarie, si applica la (4) con  $\delta m_B = \delta m_e = \delta m_m = \delta m_t = \delta m_o = 0$ .

$$m_x = L + \delta L = 2000,005 - 0,0071 = 1999,9979 \text{ g}$$


*Esempio 7.2* Come nell'esempio 7.1, ma si suppone che l'oggetto della misura sia di alluminio e che le pesate siano avvenute in aria di densità  $1,16 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

Si calcola  $L$  e  $\delta L$  come nel precedente esempio 7.1. Non è più possibile trascurare  $\delta m_B$ . Dalla (6) e dalla tab. 3 si ricava:

$$\delta m_B = -2000 \cdot 9,815 \cdot 10^{-6} = -0,0196 \text{ g} \quad \text{e quindi dalla (4)}$$

$$m_x = L + \delta L + \delta m_B = 1999,9783 \text{ g}$$

Si osservi che la correzione dovuta alla densità dell'aria e al volume dell'oggetto in taratura è quasi di due unità di formato della bilancia.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 13 di 36

#### 7.4 Stima dell'incertezza composta del misurando

Esaminando la relazione (4) si osserva che i suoi componenti (salvo  $L$  e  $\delta L$ ) possono essere considerati tra loro non correlati. La stima dell'incertezza composta  $u(m_x)$  del misurando, nel caso di misura di massa per lettura diretta della bilancia, deve tener conto dei seguenti fattori:

- scarto tipo della bilancia al carico in esame (incertezza tipo dovuta alla ripetibilità):  $u(L) = u_B$ .
- incertezza composta di taratura della bilancia:  $u(\delta L)$

Solitamente queste due componenti di incertezza sono correlate (dipendono comunque entrambe dalla lettura della bilancia), per cui la stima della loro incertezza si farà congiuntamente. Gli altri termini sono:

- incertezza composta della correzione dovuta alla densità del materiale se diversa da  $8000 \text{ kg m}^{-3}$ :  $u(\delta m_B)$
- incertezza dovuta all'eccentricità del carico:  $u(\delta m_e)$ .
- incertezza dovuta alla differenza tra la temperatura di esercizio e quella di taratura:  $u(\delta m_t)$ .
- incertezza dovuta agli effetti magnetici tra l'oggetto in misura e la bilancia:  $u(\delta m_m)$ .
- ulteriori termini dovuti a fattori ambientali, all'operatore che siano previsti dal sistema qualità:  $u(\delta m_o)$ .

Si applica la legge di propagazione dell'incertezza supponendo i vari contributi tra di loro statisticamente scorrelati:

$$u(m_x) = \sqrt{u^2(L + \delta L) + u^2(\delta m_B) + u^2(\delta m_e) + u^2(\delta m_t) + u^2(\delta m_m) + u^2(\delta m_o)} \quad (8)$$

##### 7.4.1 Incertezza di taratura e scarto tipo della bilancia

In analogia a 7.3.1, bisogna distinguere i seguenti casi:

7.4.1.1 Se la taratura è fatta tramite un polinomio che permette di stimare la correzione  $\delta L$  come in 7.3.1.1, non si può considerare che la stima della correzione  $\delta L$  e la lettura  $L$  siano scorrelate, partendo dalla (5'), si ricava:

$$u^2(L + \delta L) = \Psi_{L+\delta L} = [1 + \nabla_L(\delta L)] \Psi_L [1 + \nabla_L(\delta L)]^T + \nabla_\alpha(\delta L) \Psi_\alpha \nabla_\alpha(\delta L)^T \quad (9')$$

dove:  $\Psi_{L+\delta L}$  è la matrice di varianza-covarianza della lettura corretta;

$\nabla_L(\delta L)$  è la matrice derivata di  $\delta L$  rispetto a  $L$  e  $\nabla_L(\delta L)^T$  la sua trasposta;

$\nabla_\alpha(\delta L)$  è la matrice derivata di  $\delta L$  rispetto ad  $\alpha$ ,

$\Psi_\alpha$  la matrice varianza-covarianza dei coefficienti, nota dal certificato della bilancia.


Effettuati i calcoli matriciali si ottiene:

$$u^2(L + \delta L) = \Psi_{L+\delta L} = \mathbf{a} \Psi_\alpha \mathbf{a}^T + [1 + \alpha_1 + 2 \alpha_2 L + \dots p \alpha_p L^{p-1}]^2 u_B^2 \quad (9)$$

con:  $\mathbf{a} = (1 \ L \dots L^p)$  il vettore riga delle potenze delle letture da correggere e  $\mathbf{a}^T$  il suo trasposto;  
 $u_B$  l'incertezza composta di ripetibilità della bilancia.

7.4.1.2 Se il certificato contiene un polinomio per il calcolo diretto della lettura corretta  $L + \delta L$  (7.3.1.2, eq. 5bis) si applica una relazione analoga alla (9') che può essere ulteriormente semplificata:

$$u^2(L + \delta L) = \Psi_{L+\delta L} = \mathbf{a} \Psi_\alpha \mathbf{a}^T + [\alpha_1 + 2 \alpha_2 L + \dots (p-1) \alpha_p L^{p-1}]^2 u_B^2 \quad (9\text{bis})$$

 <p><b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia</p>	<b>TITOLO</b>  <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 14 di 36

con:  $u_B$  l'incertezza composta di ripetibilità della bilancia.

In entrambi i casi 7.1.4.1.1 e 7.1.4.1.2 il termine  $u^2(L+\delta L)$  può essere stimato senza calcolarlo prendendo nella tabella di taratura della bilancia l'incertezza del carico più prossimo a quello in esame. In questo caso non si deve dimenticare la tabella del certificato fornisce l'incertezza estesa e non quella composta, per ottenere quest'ultima bisogna dividere per il fattore di copertura  $k$ , che deve essere indicato nel certificato (normalmente è  $k = 2$ ).

7.4.1.3 Se si corregge la non linearità utilizzando la tabella di correzione si assume come incertezza di correzione la più elevata tra le due tra cui si è effettuata l'interpolazione, ad essa si deve aggiungere quadraticamente lo scarto tipo della bilancia.

$$u^2(L+\delta L) = \text{quadrato dell'incertezza composta di taratura da tabella} + u_B^2 \quad (9\text{ter})$$

7.4.1.4 Se, in ambito industriale, non si effettua alcuna correzione per la non linearità, l'incertezza della correzione non effettuata sarà:

$$u^2(L+\delta L) = s_{M_{\max}}^2 + u_B^2 + \frac{(\Delta M_{\max})^2}{3} \quad (9\text{quater})$$

dove :  $s_{M_{\max}}^2$  è la più elevata incertezza di taratura riportata nella tabella di taratura della bilancia (di nuovo si ponga attenzione che qui si parla di incertezza composta, mentre nei certificati si riporta l'incertezza estesa).

$\Delta M_{\max}$  è il valore della correzione massima riportata nella tabella di taratura della bilancia; si ipotizza in questo caso che la variabile casuale correzione  $\delta L$  abbia una distribuzione equiprobabile di probabilità entro  $\pm \Delta M_{\max}$ .

#### 7.4.2 Incertezza della correzione dovuta alla densità della massa da misurare


L'incertezza della correzione dovuta alla densità del materiale (se diversa da  $8000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) si calcola a partire dalla eq.6, calcolandone le derivate rispetto a  $\rho$  e  $\rho_a$  ed applicando la legge della propagazione delle incertezze nell'ipotesi che le  $\rho$  e  $\rho_a$  siano tra loro scorrelate:

$$\frac{u(\delta m_B)}{m_x} = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{8000}\right)^2 u^2(\rho_a) + \frac{(\rho_a - 1,2)^2}{\rho^4} u^2(\rho) + \frac{u^2(\rho)u^2(\rho_a)}{\rho^4}} \quad (10)$$

L'ultimo termine in (10) diventa significativo nel caso in cui si assuma (eventualmente allargando le incertezze di  $\rho$  e  $\rho_a$ )  $\rho_a = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  e  $\rho = 8000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

In tab. 3 l'eq. 10 è stata calcolata per i valori  $\rho$ ,  $\rho_a$  e  $u(\rho)$  indicati, si è supposto  $u(\rho_a) = 0,02 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Si può verificare facilmente che  $u(\delta m_B)/m_x$  dipende assai poco da  $\rho_a$ , per cui in tab. 3 si è riportato un solo valore che può essere considerato comune a tutte e tre le colonne.

Se non si effettua alcuna correzione per la densità, poiché si suppone che sia mediamente uguale a 8000, ma si conoscono i limiti della sua variazione, tra  $\rho_{\min}$  e  $\rho_{\max}$ , a causa dei limiti di classe (tab. 1), si può supporre che la distribuzione di probabilità della densità del materiale sia del tipo equiprobabile entro tali limiti, in questo caso la (10) diventa:

 <p><b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia</p>	<b>TITOLO</b>  <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 15 di 36

$$\frac{u(\delta m_B)}{m_x} = \left( \frac{1}{\rho_{\min}} - \frac{1}{\rho_{\max}} \right) \frac{1}{2\sqrt{3}} \sqrt{(\rho_a - 1,2)^2 + u^2(\rho_a)} \quad (10bis)$$

#### 7.4.3 Incertezza dovuta all'eccentricità del carico

Se come solitamente avviene non si effettuano correzioni per l'eccentricità, il termine  $u(\delta m_e)$  si calcola a partire dalla differenza di letture dovute all'eccentricità del carico:

$$u(\delta m_e) = \frac{diffL_{max}}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

#### 7.4.4 Incertezza dovuta alla temperatura

Il termine  $u(\delta m_t)$  si calcola a partire dalla differenza di temperatura  $\Delta t$  tra quella registrata durante la misura e quella durante la taratura della bilancia, conoscendo il coefficiente di deriva termica  $K_t$  dello strumento, riportato dal costruttore o stimato in [4, §9.2], e il valore del misurando  $m_x$ :

$$u(\delta m_t) = \frac{K_t m_x \Delta t}{\sqrt{3}} \quad (12)$$

#### 7.4.5 Incertezza dovuta ad effetti magnetici

Quando la natura del materiale di cui sono fatti gli oggetti in taratura o gli esiti della prova prevista in §4.1.4 facciano nascere sospetti sulla sensibilità della bilancia al magnetismo residuo dell'oggetto si deve effettuare la pesata con l'oggetto posato non sul ricettore di carico, ma su un distanziale (vedi § 5.1.4). Se questo non si vuole o non si può fare si deve introdurre la componente:

$$u(\delta m_m) = 10^{-5} m_x \quad (13)$$

#### 7.4.6 Incertezza ambientali e dovute all'operatore


Questo tipo di incertezza deve essere stimata tenuto conto delle condizioni del laboratorio di taratura. Si rimanda alla normativa generale [6 e 12].

### 7.5 Incertezza estesa del misurando

Il calcolo dei gradi di libertà  $\nu$  di questo tipo di valutazione dell'incertezza è un problema non semplice che verrà affrontato supponendo che per tutti i contributi (di tipo B) da 7.4.2 a 7.4.6 si possa assumere un numero di gradi di libertà elevato, che tende ad infinito. Nel caso 7.4.1 si possono effettuare i calcoli indicati in [4 §8.3], rilevando dal certificato il numero di gradi di libertà della taratura della bilancia e la sua incertezza tipo composta. Nella gran parte dei casi si potrà assumere  $\nu > 10$ . In questo caso il calcolo della incertezza estesa  $U(m_x)$  si fa assumendo un fattore di copertura  $k = 2$ .

$$U(m_x) = k u(m_x) = 2 u(m_x) \quad (14)$$

Se non si potesse assumere  $k = 2$ , si segua [4 §8.3] oppure [2] e [1]

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 16 di 36

*Esempio 7.3* Si calcoli l'incertezza composta della stima della misura dell'esempio 7.1 supponendo che si tratti di un elemento di una pesiera di classe F<sub>2</sub>, pesata alla temperatura di 22 °C in aria di densità  $\rho_a = 1,16 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $u(\rho_a) = 0,02 \text{ kg m}^{-3}$  e che siano trascurabili i contributi  $\delta m_m$ ,  $u(\delta m_m)$  e  $\delta m_o$ ,  $u(\delta m_m)$ .

Incetenza di taratura della bilancia: dal certificato di appendice 2, per carico 2000 g si ottiene:

$$u(\delta L) = 0,0054/2 = 0,0027 \text{ g}$$

Incetenza di ripetibilità: dal certificato si ottiene (a 2000 g)

$$u_B = 0,0056 \text{ g}$$

Applicando la (9ter) si avrà:

$$u^2(L + \delta L) = (0,0027)^2 + (0,0056)^2 = (0,00622)^2 \text{ g}^2$$

Incetenza di eccentricità del carico: dal certificato  $\text{diff} L_{\max} = 0,04 \text{ g}$  dalla (11)

$$u(\delta m_e) = 0,0231 \text{ g}$$

Incetenza dovuta alla temperatura: dal certificato si ottiene che la temperatura (media) di taratura della bilancia è stata 20,1 °C,  $K_t = 2 \cdot 10^{-6} \text{ g}^{-1} \text{ °C}^{-1}$ , la differenza  $\Delta t$  vale 1,90 °C, quindi dalla (12):

$$u(\delta m_t) = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 \cdot 1,90}{\sqrt{3}} = 0,0044 \text{ g}$$

Incetenza della correzione dovuta alla densità del misurando: si applica la (10bis) tenuto conto della tab.1, con  $u(\rho_a) = 0,02 \text{ kg m}^{-3}$ .

$$u(\delta m_B) = \left( \frac{1}{6400} - \frac{1}{10700} \right) \frac{2000}{2\sqrt{3}} \sqrt{(1,16 - 1,2)^2 + (0,02)^2} = 0,00169 \text{ g}$$

Concludendo si applica la (8):


$$u(m_x) = \sqrt{(0,00622)^2 + (0,00169)^2 + (0,0231)^2 + (0,0044)^2} = 0,0244 \text{ g}$$

I risultati dei calcoli precedentemente esposti vengono normalmente presentati (secondo la EA-4/02) con una tabella che illustra il bilancio dell'incertezza. In tale tabella (tab. 4) viene introdotto il coefficiente di sensibilità, definito come quel coefficiente moltiplicativo che permette di passare dall'incertezza della variabile di ingresso a quella di uscita. Nel presente caso esso è sistematicamente uguale ad 1.

Modello della misura:

$$m_x = L + \delta L + \delta m_B + \delta m_e + \delta m_t$$



 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 17 di 36

*Tabella 4 - Bilancio delle incertezze, esempio 7.3*

Grandezza - $Q$	stima - $q$ /g	incertezza $u(q)$ /g	coeff. sensibilità	contributo all'incertezza /g
$L$	2000,005	0,0056	1	0,0056
$\delta L$	-0,0071	0,0027	1	0,0027
$\delta m_B$	0	0,00169	1	0,00169
$\delta m_e$	0	0,0231	1	0,0231
$\delta m_t$	0	0,0044	1	0,0044
$m_x$	1999,9979			0,0244

Applicando un coefficiente di copertura  $k = 2$  si ricava:

$$m_x = (1999,998 \pm 0,049) \text{ g}$$

*Esempio 7.4* Come si modifica la stima del misurando e della sua incertezza se, nell'esempio 7.3 non si effettua la correzione di non linearità ?

Per la stima del misurando si applica (3bis):  $L = 2000,005 \text{ g}$

Per l'incertezza si applica la (9quater) per l'incertezza di taratura della bilancia:

$$u^2(L+\delta L) = \sqrt{\left(\frac{0,0104}{2}\right)^2 + (0,0056)^2 + \frac{0,0292^2}{3}} = 0,0185 \text{ g}$$

Quindi la (8) diventa:

$$u(m_x) = \sqrt{(0,0185)^2 + (0,00169)^2 + (0,0231)^2 + (0,0044)^2} = 0,030 \text{ g}$$


Il bilancio dell'incertezza diventa:

*Tabella 5 – bilancio delle incertezze, esempio 7.4*

Grandezza - $Q$	stima - $q$ /g	incertezza $u(q)$ /g	coeff. sensibilità	contributo all'incertezza /g
$L$	2000,005			
$\delta L$	0	0,0185	1	0,0185
$\delta m_B$	0	0,00169	1	0,00169
$\delta m_e$	0	0,0231	1	0,0231
$\delta m_t$	0	0,00670	1	0,00440
$m_x$	2000,005			0,0300

Applicando un coefficiente di copertura  $k = 2$  si ricava:

$$m_x = (2000,005 \pm 0,060) \text{ g}$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 18 di 36

## 8. Taratura per confronto: un campione - un misurando

In questo caso la misurazione avviene confrontando le indicazioni della bilancia quando nel suo ricettore di carico vengano inseriti il corpo oggetto della misura (di massa convenzionale  $m_x$ , incognita, e volume  $V_x$ ) e un campione di massa di uguale valore nominale (di massa convenzionale  $m_c$ , noto, e volume  $V_c$ ). Questo tipo di taratura permette in genere di ottenere inferiori incertezze del valore convenzionale di massa del misurando, bisogna però considerare gli effetti dovuti alle diversità di volume (normalmente  $V_x$  e  $V_c$  non sono noti). Tra i molti schemi di confronto possibili (si veda [7]) descriveremo quello detto di doppia sostituzione semplice (A, B, B, A) e quello di doppia sostituzione con massa di sensibilità.

### 8.1 Procedura operativa

Dopo le operazioni preliminari di § 5.1, si proceda come segue.

#### 8.1.2 Procedura operativa B: confronto di due masse con il metodo della doppia sostituzione semplice

B 1 Si eseguono le operazioni preliminari, come in A 1 §7.1 (azzeramento, messa a punto della bilancia, attesa del periodo di riscaldamento, altre operazioni suggerite dal costruttore, ecc.);

B 2 Si pone il campione (costituito da uno o più pezzi di una pesiera il cui certificato è disponibile ed in corso di validità); si chiudono gli sportelli della camera di pesata, quando presenti; si sblocca la bilancia, se di tipo meccanico;

B 3 Si attende finché è trascorso un tempo pari a  $T$  (intervallo tra le letture) dall'ultima lettura, si legge l'indicazione  $L_1$ ; si rimuove il carico dalla bilancia, attendendo che la lettura si stabilizzi a zero; è importante che la durata delle operazioni di B 2 e B 3 sia costante durante tutta la taratura;

B 4 Si ripete B 2 e B 3 con l'oggetto della misura invece che con il campione; sia  $L_2$  l'indicazione della bilancia;

B 5 Si ripete B 4; sia  $L_3$  l'indicazione della bilancia;

B 6 Si ripete B 2 e B 3 di nuovo con il campione, sia  $L_4$  l'indicazione della bilancia.

B 7 Si ripetono da B 2 a B 6  $n$  volte, per dare ridondanza ai dati ottenuti.

Il numero minimo  $n$  è fissato dalla [7] secondo la tab. 6, esso può essere aumentato per ridurre l'incertezza di taratura delle masse. Nel caso di pesiere di classe E o  $F_1$  si consigliano almeno 3 ripetizioni del ciclo.

*Tabella 6 - Numero  $n$  minimo di ripetizioni della procedura B e C secondo la [7]*


$E_1$	$E_2$	$F_1$	$F_2$	$M_1 - M_3$
3	2	1	1	1*

*\* con le pesiere di questa classe si può usare la procedura A*

Se si sospetta che la sensibilità della bilancia non sia costante durante le pesature, come frequentemente avviene con bilance analitiche meccaniche si applica invece la procedura C.

#### 8.1.3 Procedura operativa C: confronto di due masse con il metodo di doppia sostituzione con massa di sensibilità

Si sceglie una massa di sensibilità  $m_s$  di valore superiore a 100  $\mu$ g, grande rispetto alla differenza stimata tra le masse in misura, ma piccola rispetto al loro valore nominale. Nel caso di

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 19 di 36

bilance meccaniche si sceglie normalmente una massa pari alla metà del campo della scala ottica della bilancia.

C 1 Si eseguono le operazioni preliminari, come in B 1 (azzeramento, messa a punto della bilancia, attesa del periodo di riscaldamento, altre operazioni suggerite dal costruttore, ecc.);

C 2 Si pone il campione (costituito da uno o più pezzi di una pesiera il cui certificato è disponibile ed in corso di validità); si chiudono gli sportelli della camera di pesata, quando presenti; si sblocca la bilancia, se di tipo meccanico;

C 3 Si attende finché è trascorso un tempo pari a  $T$  (intervallo tra le letture) dall'ultima lettura, si legge l'indicazione  $L_1$ ; si rimuove il carico dalla bilancia, attendendo che la lettura si stabilizzi a zero; è importante che la durata delle operazioni di C 2 e C 3 sia costante durante tutta la taratura;

C 4 Si ripete C 2 e C 3 con l'oggetto della misura invece che con il campione; sia  $L_2$  l'indicazione della bilancia;

C 5 Si ripete C 4 unendo al misurando la massa di sensibilità sul ricettore di carico; sia  $L_3$  l'indicazione della bilancia;

C 6 Si ripete C 2 e C 3 di nuovo con il campione, unendo al misurando la massa di sensibilità sul ricettore di carico; sia  $L_4$  l'indicazione della bilancia.

C 7 Si ripetono da C 2 a C 6  $n$  volte, per dare ridondanza ai dati ottenuti.

## 8.2 Stima del misurando

Sia per la procedura B che per quella C, in analogia a quanto descritto in 7.2 si può scrivere:

$$m_x = m_c + d + \delta m_B + \delta m_m + \delta m_o \quad (15)$$

dove:

$m_c$  valore del campione (dal suo certificato);

$d$  valore della differenza, indicata dalla bilancia, tra campione e misurando.

$\delta m_B$  la correzione di massa che bisogna effettuare per tener conto della diversa spinta di galleggiamento su corpi di densità  $\rho$  diversa da  $8000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  in aria di densità  $\rho_a$  diversa da  $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

$\delta m_m$  la correzione dovuta per tener conto della sensibilità della bilancia ai carichi magnetici.

$\delta m_o$  la correzione dovuta per tener conto della sensibilità della misura ad altri effetti ambientali (operatore,...).


Non si tiene conto dell'effetto di eccentricità poiché questo, se presente, provocherebbe un aumento dello scarto tipo del confronto, immediatamente riscontrabile. Così anche si trascura l'effetto di deriva termica, se si può supporre che misurando e campione siano isotermi tra loro e con la bilancia. Può essere opportuno introdurre, nella (15) un termine legato alla deriva nel tempo del campione (si veda [3] S1). Qui si ritiene tale termine non significativo poiché si suppone che i campioni vengano sottoposti a frequenti conferme metrologiche.

Si correggono le letture della bilancia per l'errore di linearità; a seconda del tipo di polinomio interpolatore noto dal certificato della bilancia si applica la (5) o la (5bis) per calcolare  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$  corrispondenti alle indicazioni registrate. Se il polinomio interpolatore non è fornito dal certificato è bene usare la procedura C.

### 8.2.1 Calcolo della $i$ esima differenza di lettura misurando meno campione.

Per ognuno degli  $n$  cicli si calcola la differenza  $\Delta L_i$  tra le letture:

$$\Delta L_i = 0,5 \cdot (-L_1 + L_2 + L_3 - L_4)_i \quad (16)$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 20 di 36

### 8.2.2 Calcolo della *i*-esima sensibilità della bilancia.

Per ognuno degli  $n$  cicli si calcola la sensibilità  $S_i$ :

$$S_i = 0,5 \cdot (-L_1 - L_2 + L_3 + L_4)_i / m_s \quad (17)$$

Se si è applicata la procedura B si assume  $S_i = 1$  (nel caso di bilance elettroniche analitiche o del tipo *delta-range*) altrimenti si può assumere:

$$S_i = 0,5 \cdot (L_1 + L_4)_i / m_c \quad (17bis)$$

### 8.2.3 Calcolo della *i*-esima differenza di massa convenzionale campione meno misurando.

$$d_i = \Delta L_i / S_i \quad (18)$$

**8.2.4 Stima della differenza media  $\bar{d}$**  della massa convenzionale del campione meno il misurando e dello scarto tipo  $s_d$  del confronto

$$d = \bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad (19)$$

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \quad \text{solo se } n > 1 \quad (20)$$

il numero di gradi di libertà del confronto vale:

$$v = n - 1 \quad (21)$$


### 8.2.5 Effetto di galleggiamento

La correzione, di cui si deve fare per tener conto per le diverse densità dei materiali, vale [6 e 11]:

$$\delta m_B = (\rho_a - 1,2) (V_x - V_c) \cong m_0 (\rho_a - 1,2) \left( \frac{1}{\rho_x} - \frac{1}{\rho_c} \right) \quad (22)$$

con  $m_x \cong m_c \cong m_0$

A meno che non si sappia per certo che campione e misurando sono fatti di materiali diversi, ad esempio acciaio e ottone, si è raramente nelle condizioni di poter stimare una correzione, applicando la (22). Nelle misure di tipo primario si conoscono direttamente i volumi e quindi oltre che effettuare la correzione necessaria per il valore convenzionale, si può ricavare direttamente la massa (non la massa convenzionale) del misurando essendo nota la massa del campione. Negli altri casi, generalmente entrambi gli oggetti posti sul ricettore di carico sono di acciaio e sul materiale che li costituisce si conoscono solo i limiti di densità consentita in base alla classe di accuratezza (tab.1). Quindi essendo il valore aspettato di  $(V_x - V_c)$  prossimo a zero si trascura  $\delta m_B$ . La [6] stabilisce che  $\delta m_B$  è trascurabile se  $\leq \frac{1}{3} U(m_x)$ , con  $U(m_x)$  l'incertezza estesa del misurando. Anche quando sia trascurabile come correzione non se ne può dimenticare l'effetto sulla stima dell'incertezza.

 <p>SIT Servizio di Taratura in Italia</p>	TITOLO  <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 21 di 36

### 8.3 Stima dell'incertezza composta del misurando

Si applica la legge di propagazione dell'incertezza supponendo i vari contributi tra di loro statisticamente scorrelati:

$$u(m_x) = \sqrt{u^2(m_c) + u^2(d) + u^2(\delta m_B) + u^2(\delta m_m) + u^2(\delta m_o)} \quad (23)$$

E' normalmente trascurabile in questo caso l'effetto della linearizzazione delle letture, se campione e misurando danno luogo a letture della bilancia prossime.

#### 8.3.1 Incertezza composta del campione

Dal certificato, eseguite se necessarie le prove di conferma metrologica, si rileva l'incertezza estesa del campione  $U(m_c)$ , che divisa per il fattore di copertura  $k$  (normalmente  $k = 2$ ) ne fornisce l'incertezza composta  $u(m_c)$  (valutazione di tipo B).

Qualora il campione sia formato da più pezzi, mentre il valore di  $m_c$  è la somma delle masse convenzionali dei singoli campioni impiegati, per calcolare  $u(m_c)$  bisognerebbe conoscere anche le covarianze tra i valori. La maggior parte dei certificati di taratura di masse per il momento non riporta la covarianza. Per ovviare a questo inconveniente si considerano i valori di massa correlati con fattore di correlazione 1. Quindi si calcola  $u(m_c)$  uguale alla somma aritmetica delle incertezze composte dei singoli pezzi che compongono il campione.

#### 8.3.2 Incertezza della differenza media campione meno misurando

In §8.2.4 è stato calcolato, quando è possibile se  $n > 1$ , lo scarto tipo del confronto  $s_d$  e i gradi di libertà  $\nu$ . Le operazioni da farsi per il calcolo di  $u(\bar{d})$  sono strettamente connesse con la conferma metrologica della bilancia [6 § 3.1]. Si deve confrontare  $s_d$  con lo scarto tipo cumulato  $s_c$  della bilancia. In fase di taratura viene fornito l'incertezza composta di ripetibilità della bilancia  $u_B$ , al carico in esame, ricavato ripetendo numerose pesate dello stesso contenitore, e il suo numero di gradi di libertà  $\nu_B$ . Subito dopo la taratura, si assume  $s_c = u_B$  e il numero di gradi di libertà cumulati  $\nu_c = \nu_B$ .


Dopo ogni confronto si effettua la conferma metrologica della bilancia, noti  $s_{c1}$  e  $\nu_{c1}$  scarto tipo e gradi di libertà cumulati prima del confronto. La bilancia si considera confermata se tra lo scarto tipo  $s_d$  di un confronto e quello precedentemente cumulato  $s_{c1}$  è rispettata la seguente disequazione:

$$s_d < F_{0,95}(\nu, \nu_{c1}) s_c \quad (24)$$

Il termine  $F_{0,95}(\nu, \nu_{c1})$  è la distribuzione  $F$  per probabilità 95 %. Esso si trova tabulato (ad esempio in [15]), ma nella maggior parte dei casi (se  $\nu < \nu_{c1}$ ) si può ritenere  $F_{0,95}(\nu, \nu_{c1}) \cong 2$ . Per cui la (24) può essere semplificata:

$$s_d < 2 s_{c1} \quad (24bis)$$

Ad esempio (da [5]) in data 1996-03-03 si è trovato  $s_d = 0,830$  g con  $n = 3$  ( $\nu = 2$ ) mentre lo scarto tipo precedentemente cumulato è  $s_{c1} = 0,493$  g con  $\nu_{c1} = 20$ . In questo caso la conferma è verificata poiché  $s_d < 2 s_{c1} = 0,986$  g.

 <p><b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia</p>	<b>TITOLO</b>  <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 22 di 36

Se così non fosse si deve scoprire come mai:

- si ripete il confronto, se la conferma è verificata si procede, altrimenti:
- si ripete la caratterizzazione dello scarto tipo, si rifà il confronto, se la conferma è verificata si procede, altrimenti:
- si effettua una manutenzione alla bilancia.

Se la (24bis) è verificata si aggiorna lo scarto cumulato della bilancia calcolando  $s_{c2}$  e  $v_{c2}$  dopo il confronto.

$$v_{c2} = v_{c1} + v \quad \text{e} \quad s_{c2} = \sqrt{\frac{v_{c1} s_{c1}^2 + v s_d^2}{v_{c2}}} \quad (25)$$

ad ogni confronto si ridefiniscono  $s_{c1}$  e  $v_{c1}$  uguali all'ultima coppia  $s_{c2}$  e  $v_{c2}$  calcolata. In questo modo il numero di gradi di libertà  $v_c$  ( $v_{c2}$ ) di  $s_c$  ( $s_{c2}$ ) assume rapidamente un valore elevato a garanzia di una buona affidabilità statistica dello scarto cumulato impiegato.

Nell'esempio di cui sopra  $v_{c2} = 22$  e  $s_{c2} = 0,532$  g

Aggiornato il valore di  $s_c$ , l'incertezza tipo della differenza  $d$  si ottiene:

$$u(d) = \frac{s_{c2}}{\sqrt{n}} \quad (26)$$

### 8.3.3 Incertezza della correzione dovuta alle densità

Nella (22) si è visto che per tutte le situazioni in cui si possa assumere  $V_x = V_c$  si può trascurare la correzione  $\delta m_B$  anche se le misure vengono fatte non al livello del mare, quando non è lecito assumere  $\rho_a = 1,2$ . Per quanto riguarda il calcolo dell'incertezza:

$$u^2(\delta m_B) = u^2(\rho_a - 1,2) \cdot (V_x - V_c)^2 + (\rho_a - 1,2)^2 \cdot u^2(V_x - V_c) + u^2(\rho_a - 1,2) \cdot u^2(V_x - V_c) \quad (27)$$


L'ultimo termine in (27) diventa significativo nel caso in cui si assuma (eventualmente allargando le incertezze di  $\rho_x$  e  $\rho_a$ )  $\rho_a = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$  e  $\rho_x = m_x/V_x = 8000 \text{ kg m}^{-3}$ .

Vediamo, in dettaglio, due casi:

8.3.3.1 Confronto fra masse di cui si può supporre l'uguaglianza delle densità: è il caso di confronto tra elementi di pesiere di acciaio di cui si può supporre densità nominale  $8000 \text{ kg m}^{-3}$  entro i limiti di tab. 1. Se  $V_x = V_c$  la prima parte della (27) può essere trascurata e quindi:

$$u(\delta m_B) = u(V_x - V_c) \sqrt{(\rho_a - 1,2)^2 + u^2(\rho_a)} \quad (27\text{bis})$$

Si assume che la variabile casuale densità  $\rho$  abbia una distribuzione equiprobabile entro i limiti  $\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$  di tab. 1 e che la variabile aleatoria  $V$  dipenda statisticamente solo da  $\rho$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 23 di 36

(effettivamente la variabile aleatoria  $m$  ha un'incertezza di alcuni ordini di grandezza inferiore a  $u(V)$ ).

$$V = \frac{m}{\rho} \qquad u^2(V) = \frac{m^2}{\rho^4} u^2(\rho)$$

Quindi la distribuzione di probabilità delle variabili  $V_x$  e  $V_c$ , essendo  $m_x \cong m_c = m_0$ , sarà di tipo equiprobabile (rettangolare) con ampiezza  $m_0/\rho_{\min} - m_0/\rho_{\max}$ .

La variabile casuale  $(V_x - V_c)$  avrà distribuzione di probabilità pari al prodotto di convoluzione delle due distribuzioni rettangolari, quindi, se campione e misurando appartengono alla stessa classe di accuratezza, si tratterà di una distribuzione di probabilità triangolare di ampiezza 2 ( $m_0/\rho_{\min} - m_0/\rho_{\max}$ ). Da [1, §4.3.9] si ottiene:

$$u^2(V_x - V_c) = \frac{m_0^2}{6} \left( \frac{1}{\rho_{\min}} - \frac{1}{\rho_{\max}} \right)^2 \quad (28)$$

In tab. 7a sono riportati, per alcune delle classi di accuratezza, il valore di  $u(V_x - V_c)/m_0$  calcolato a partire dalla (28) tenendo conto dei limiti di tab. 1.


Se, invece, il misurando appartiene ad una classe di accuratezza in cui la densità può variare entro l'ampiezza  $(\rho_{\max} - \rho_{\min})_M$  mentre il campione appartiene ad una classe diversa con ampiezza di variazione consentita  $(\rho_{\max} - \rho_{\min})_C$  si devono fare le seguenti ulteriori considerazioni.

*Tabella 7a – Valori di  $u(V_x - V_c)/m_0$  per alcune classi di accuratezza da utilizzarsi quando misurando e campione sono della stessa classe (per valori di massa superiori a 100 g)*

Classe di accuratezza	$u(V_x - V_c)/m_0 \text{ /m}^3 \text{ kg}^{-1}$
E <sub>2</sub>	$2,547 \cdot 10^{-6}$
F <sub>1</sub>	$8,479 \cdot 10^{-6}$
F <sub>2</sub>	$2,563 \cdot 10^{-5}$

La variabile casuale  $V_x$  avrà ampiezza di variazione consentita  $m_0 \left( \frac{1}{\rho_{\min}} - \frac{1}{\rho_{\max}} \right)_M$ ;  $V_c$  invece avrà ampiezza di variazione  $m_0 \left( \frac{1}{\rho_{\min}} - \frac{1}{\rho_{\max}} \right)_C$ ; detto  $\Delta V_{\max}$  la più grande delle due e  $\Delta V_{\min}$  l'altra, la distribuzione di probabilità di  $V_x - V_c$  è di tipo trapezoidale con base maggiore  $\Delta V_{\max} + \Delta V_{\min} = 2a$  e base minore  $\Delta V_{\max} - \Delta V_{\min} = 2\beta a$  con  $0 \leq \beta \leq 1$ , e si può ricavare (si veda [1 § 4.3.9]):

$$u^2(V_x - V_c) = \frac{1}{6} (1 + \beta^2) (a)^2 = \frac{1}{12} (\Delta V_{\max}^2 + \Delta V_{\min}^2) \quad (28\text{bis})$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 24 di 36

*Tabella 7b - Valori di  $u(V_x - V_c)/m_0$  per diversi casi di accoppiamento classe del misurando – classe del campione (per valori di massa superiori a 100 g)*

Classe del campione	Classe del misurando	$\beta$	$u(V_x - V_c)/m_0 / \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$
E <sub>2</sub>	F <sub>1</sub>	0,538	$6,261 \cdot 10^{-6}$
E <sub>2</sub>	F <sub>2</sub>	0,819	$1,822 \cdot 10^{-5}$
F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	0,503	$1,909 \cdot 10^{-5}$

In tab. 7b sono riportati per alcuni accoppiamenti classe del campione – classe del misurando il valore di  $\beta$  e  $u(V_x - V_c)/m_0$  che risultano dalla (28bis) tenendo conto dei limiti di tab. 1.

8.3.3.2 Se si effettua un confronto tra oggetti di densità diversa e nota si deve valutare la  $\delta(m_B)$  (eq.22) avendo stimando  $\rho_a$  almeno con la formula semplificata di appendice 1. Se si assume direttamente  $\rho_a = 1,2 \text{ kg m}^{-3}$  (stimando in modo adeguato la sua incertezza, [7] prevede  $u(\rho_a) = 0,12/\sqrt{3} \text{ kg m}^{-3}$ , valida per siti di misura la cui altezza sul livello del mare non superi alcune centinaia di metri), e quindi non si effettuano correzioni del valore convenzionale, si può trascurare nella (27) la seconda parte, quindi:

$$u(\delta m_B) = u(\rho_a - 1,2) \cdot \sqrt{(V_x - V_c)^2 + u^2(V_x - V_c)} \quad (27\text{ter})$$

$$\text{con } u(\rho_a - 1,2) = u(\rho_a) \quad , \quad V_x - V_c = m_0 \left( \frac{1}{\rho_x} - \frac{1}{\rho_c} \right) \text{ e } u(V_x - V_c) \text{ valutata dalla 28 e 28bis} .$$

#### 8.3.4 Incertezza dovuta ad effetti magnetici

In analogia a §7.4.5 quando la natura del materiale di cui sono fatti gli oggetti in taratura o gli esiti della prova prevista in §5.1.4 facciano nascere sospetti sulla sensibilità della bilancia al magnetismo residuo dell'oggetto si deve effettuare le pesate con gli oggetti posati non sul ricettore di carico, ma su un distanziale (vedi § 5.1.4). Se questo non si vuole o non si può fare si deve introdurre la componente:

$$u(m_m) = 10^{-5} \cdot m_x$$

#### 8.3.5 Incertezza ambientali e dovute all'operatore


In analogia a §7.4.7 questo tipo di incertezza deve essere stimata tenuto conto delle condizioni del laboratorio di taratura. Si rimanda alla normativa generale [6 e 12].

### 8.4 Incertezza estesa del misurando

Il calcolo dei gradi di libertà  $\nu$  di questo tipo di valutazione dell'incertezza è un problema non semplice che verrà affrontato supponendo che per tutti i contributi (di tipo B) da §8.3.3 a §8.3.5 si possa assumere un numero di gradi di libertà elevato, che tende ad infinito. Nel caso §8.3.2 e §8.3.1 si possono effettuare i calcoli indicati in [5 § 2.7.1], tenuto conto del numero di gradi di libertà dello scarto tipo cumulato e rilevando dal certificato il numero di gradi di libertà del campione. Nella gran parte dei casi si potrà assumere  $\nu > 10$ . In questo caso il calcolo della incertezza estesa  $U(m_x)$  si fa assumendo un fattore di copertura  $k = 2$ .

$$U(m_x) = k u(m_x) = 2 u(m_x)$$



 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	<b>TITOLO</b> <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 25 di 36

Se non si potesse assumere  $k = 2$ , si segua [2] e [1, §6]

*Esempio 8.1:* Si supponga che due masse di valore nominale 1 kg vengano confrontate, il campione di acciaio ( $\rho_c = 7950 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $u(\rho_c) = 70 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) e il misurando di ottone ( $\rho_x = 8400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $u(\rho_x) = 85 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ). Valore certificato del campione ( $1000,00087 \pm 0,00016$ ) g (con  $k=2$ ). Si assume  $\rho_a = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  e  $u(\rho_a) = u(\rho_a - 1,2) = 0,12/\sqrt{3} = 0,069 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Il confronto avviene secondo lo schema A, B, B, A, ripetendolo tre volte, con massa di sensibilità ( $m_s = 0,999980 \text{ g}$ ) con i dati riportati in tab. 8. La bilancia presenta uno scarto tipo cumulato di 0,470 mg con 27 gradi di libertà. Calcolare le correzioni e l'incertezza supponendo non significativi gli effetti magnetici ed ambientali.

*Tabella 8 – Dati del confronto dell'esempio 8.1*

Campione A ( $L_1$ ) /div	Misurando B ( $L_2$ ) /div	Misurando B ( $L_3$ ) /div	Campione A ( $L_4$ ) /div	$\Delta L_i$ (eq. 16) /div	$S_i$ (eq. 17) /div $\text{g}^{-1}$	$d_i$ (eq. 18) /g
1000,012	999,985	1000,985	1001,014	-0,0280	1,00102	-0,0280
1000,013	999,986	1000,985	1001,013	-0,0275	0,99952	-0,0275
1000,014	999,986	1000,986	1001,015	-0,0285	1,00052	-0,0285

Dalla (19) si ricava  $d = -28,0 \text{ mg}$

dalla (20) si ricava  $s_d = 0,50 \text{ mg}$ , per cui si verifica  $s_d < 2 s_{c1} = 0,94 \text{ mg}$  e si computa (25) il nuovo scarto tipo cumulato  $s_{c2} = 0,472 \text{ mg}$ , con 29 gradi di libertà;

dalla (26)  $u(d) = 0,272 \text{ mg}$

dalla (22), se  $\rho_a = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , si ricava  $\delta m_B = 0$

dalla (27ter), tenuto conto che da  $V = m/\rho$ , si ottiene  $u(V) = u(\rho)m/\rho^2$ , se è trascurabile l'incertezza della massa rispetto a quella della densità, e che quindi si può desumere

$$u(V_x - V_c) = m_0 \sqrt{\frac{u^2(\rho_x)}{\rho_x^4} + \frac{u^2(\rho_c)}{\rho_c^4}}, \text{ si ricava al fine:}$$

$$u(\delta m_B) = 0,069 \cdot 1000 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{8400} - \frac{1}{7950}\right)^2 + \left(\frac{85^2}{8400^4} + \frac{70^2}{7950^4}\right)} =$$


$$= 0,069 \cdot 1000 \cdot \sqrt{(6,739 \cdot 10^{-6})^2 + 2,678 \cdot 10^{-12}} = 0,069 \cdot 6,934 \cdot 10^{-3} = 0,478 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 0,478 \text{ mg}$$

Anche in questo caso i risultati del calcolo vengono riportati in una tabella riassuntiva.

*Tabella 9 – Bilancio delle incertezze, esempio 8.1*

grandezza - $Q$	stima - $q$ / g	incertezza $u(q)$ /mg	coeff. sens.	contributo all'incertezza /mg
$m_c$	1000,00087	0,080	1	0,080
$d$	-0,0280	0,272	1	0,272
$\delta m_B$	0	0,478	1	0,478
$m_x$	999,97287			0,556

Il numero di gradi di libertà con cui si è stimata l'incertezza di tipo A è tale da permettere l'uso di un fattore di copertura  $k = 2$ . Quindi:

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 26 di 36

$$m_x = (999,9729 \pm 0,0011) \text{ g}$$

*Esempio 8.2:* Si supponga di ripetere l'esperimento precedente, con lo stesso campione e con le stesse letture della bilancia, ma si supponga ora  $\rho_a = 1,16 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  e  $u(\rho_a) = 0,02 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Il corpo del misurando ha densità (tab. 3)  $\rho_x = 8400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  e  $u(\rho_x) = 85 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , mentre il campione di acciaio (di classe E<sub>2</sub>) ha densità (dalla tab.1)  $\rho_c = 8000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  e  $u(\rho_c) = (8210 - 7810)/2\sqrt{3} = 115,470 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

Rispetto al caso precedente cambia solo il modo di trattare  $\delta m_B$  e la sua incertezza  $u(\delta m_B)$ . Applicando la (22) si ottiene:

$$\begin{aligned}\delta m_B &= 1000 \cdot (1,16 - 1,2) \cdot \left( \frac{1}{8400} - \frac{1}{8000} \right) = \\ &= -0,04 \cdot (-5,952 \cdot 10^{-3}) = 2,3809 \cdot 10^{-4} \text{ g} = 0,238 \text{ mg}\end{aligned}$$

Per applicare la (27) si calcola:

$$\begin{aligned}V_x - V_c &= m_0 \left( \frac{1}{\rho_x} - \frac{1}{\rho_c} \right) = 1 \cdot \left( \frac{1}{8400} - \frac{1}{8000} \right) = 5,952 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \\ u(V_x - V_c) &= m_0 \sqrt{\frac{u^2(\rho_x)}{\rho_x^4} + \frac{u^2(\rho_c)}{\rho_c^4}} = 1 \cdot \sqrt{\left( \frac{85^2}{8400^4} + \frac{115,47^2}{8000^4} \right)} = 2,17 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3\end{aligned}$$

$$\text{e quindi (27) } u^2(\delta m_B) = (0,025,962 \cdot 10^{-6})^2 + (0,04 \cdot 2,17 \cdot 10^{-6})^2 + (0,022,17 \cdot 10^{-6})^2 = 2,364 \cdot 10^{-14} \text{ kg}^2$$

$$u(\delta m_B) = 1,54 \cdot 10^{-7} \text{ kg} = 0,154 \text{ mg}$$

La tab. 9 si modifica in questo modo:


*Tabella 10 – Bilancio delle incertezze, esempio 8.2*

grandezza - Q	stima - q / g	incertezza u(q) /mg	coeff. sens.	contributo all'incertezza /mg
$m_c$	1000,00087	0,080	1	0,080
$d$	-0,0280	0,272	1	0,272
$\delta m_B$	0,000238	0,154	1	0,154
$m_x$	999,973108			0,323

Il numero di gradi di libertà con cui si è stimata l'incertezza di tipo A è tale da permettere l'uso di un fattore di copertura  $k = 2$ . Quindi:

$$m_x = (999,97311 \pm 0,00065) \text{ g}$$

Come si vede dal confronto tra questi due esempi, non effettuare la correzione per la differenza di volumi è possibile, ma ha un alto costo di incertezza.  $u(\delta m_B)$  passa da 478  $\mu\text{g}$  a 154  $\mu\text{g}$ . Se si effettua la correzione (di 238  $\mu\text{g}$ ) il valore dell'incertezza dovuta alla spinta aerostatica, si riduce

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 27 di 36

drasticamente (a 154  $\mu\text{g}$ , se si avesse una miglior stima della densità dell'aria potrebbe ulteriormente ridursi) pur se il contenuto di informazione sui volumi è tutto sommato piuttosto modesto.

## 9. Taratura per confronto: un campione - più misurandi.

In questo caso la misurazione avviene confrontando le indicazioni della bilancia quando nel suo ricettore di carico vengano inseriti i corpi oggetto della misura, in numero pari a  $J$ , ciascuno di massa convenzionale  $m_{xj}$ , incognita, e volume  $V_{xj}$  e un campione di massa di uguale valore nominale (di massa convenzionale  $m_c$ , nota, e volume  $V_c$ ). Questo metodo di confronto permette di abbreviare i tempi di misura, in [7] viene giudicato particolarmente adatto per le tarature di campioni di massa di classe M. Viene indicato come metodo A B<sub>1</sub> ... B<sub>J</sub> A. In [7] si valuta che il numero massimo di oggetti che si confrontano con il campione non debba superare  $J = 5$ . Lo schema di confronto può essere ripetuto  $n$  volte.

### 9.1 Procedura operativa

Dopo le operazioni preliminari di § 5.1, si proceda come segue.

#### 9.1.2 Procedura operativa D: confronto della massa di più oggetti con quella di un campione

D 1 Si eseguono le operazioni preliminari, come in A 1 §7.1 (azzeramento, messa a punto della bilancia, attesa del periodo di riscaldamento, altre operazioni suggerite dal costruttore, ecc.);

D 2 Si pone il campione (costituito da uno o più pezzi di una pesiera il cui certificato è disponibile ed in corso di validità); si chiudono gli sportelli della camera di pesata, quando presenti; si sblocca la bilancia, se di tipo meccanico;

D 3 Si attende finché è trascorso un tempo pari a  $T$  (intervallo tra le letture) dall'ultima lettura, si legge l'indicazione  $L_{c11}$ ; si rimuove il carico dalla bilancia, attendendo che la lettura si stabilizzi a zero; è importante che la durata delle operazioni di D 2 e D 3 sia costante durante tutta la taratura;

D 4 Si ripete D 2 e D 3 con il primo oggetto della misura invece che con il campione; sia  $L_{m11}$  l'indicazione della bilancia;

D 5 Si ripete D 4 con tutti gli altri oggetti da tarare, si trovano le indicazioni  $L_{m21} \dots L_{mJ1}$

D 6 Si ripete D 4 con il campione, si trova l'indicazione  $L_{c21}$ .

D 7 Si ripete il ciclo da D 2 a D 6  $n$  volte, per dare ridondanza ai dati ottenuti. Le letture che si ottengono ad ogni ciclo sono:

$$L_{c11}, L_{m11}, \dots, L_{mJ1}, L_{c21}$$

D 8 Quando si ritiene che la bilancia sia soggetta a deriva nel tempo, si ripete lo schema un numero  $n$  pari di volte e ad ogni ciclo si inverte l'ordine con cui gli oggetti da tarare sono posti sul ricettore di carico. Al secondo ciclo si otterranno quindi le letture:


$$L_{c12}, L_{mJ2}, \dots, L_{m12}, L_{c22}$$

### 9.2 Stima del jesimo misurando

Si procede, per determinare la massa convenzionale  $m_{xj}$  del  $j$ -esimo oggetto dei  $J$  da determinare, in analogia a quanto descritto in §8.2, si scrive:

$$m_{xj} = m_c + d_j + \delta m_B + \delta m_m + \delta m_o \quad (29)$$

dove i simboli hanno lo stesso significato che in §8.2 e  $d_j$  è il valore della differenza, indicata dalla bilancia, tra campione e  $j$ -esimo misurando. Si procede nella stima di ciascun misurando in

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 28 di 36

stretta analogia con quanto descritto in §8.2, ma tenendo conto di quanto specificato nel seguente §9.2.1.

### 9.2.1 Calcolo della *j*-esima differenza tra il misurando *j* e il campione.

Per ognuno degli *n* cicli si calcola la differenza  $d_{jl}$  tra le letture, usando *l* come indice di ciclo:

$$d_{jl} = L_{mj} - 0,5 \cdot (L_{c1l} + L_{c2l}) \quad (30)$$

Si mediano poi i valori di differenze ottenuti per ogni ciclo (se  $n > 1$ )

$$d_j = \bar{d}_j = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n d_{jl} \quad (31)$$

Se il ciclo è stato ripetuto ( $n > 1$ ) si può ricavare uno scarto tipo per ogni differenza

$$s_{d_j} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{l=1}^n (d_{jl} - \bar{d}_j)^2} \quad (32)$$

il numero di gradi di libertà del confronto vale:

$$v = n - 1 \quad (33)$$

### 9.3 Stima dell'incertezza composta del *j*-esimo misurando.

Si procede in analogia con §8.3 e si applica la legge di propagazione dell'incertezza supponendo i vari contributi tra di loro statisticamente scorrelati:

$$u(m_{xj}) = \sqrt{u^2(m_c) + u^2(d_j) + u^2(\delta m_B) + u^2(\delta m_m) + u^2(\delta m_o)} \quad (34)$$

Di nuovo i simboli hanno lo stesso significato che in §8.3. Per quanto riguarda  $u(d_j)$ , se si è ripetuto il ciclo di pesature *n* volte, si applica (conferma metrologica della bilancia) per ogni misurando quanto descritto in §8.3.2. Quando invece lo schema di pesatura non venga ripetuto si applica:

$$u(d_j) = u_B \quad (35)$$

con  $u_B$  l'incertezza composta di ripetibilità della bilancia, nota dal Certificato di taratura della stessa. Quando siano disponibile i dati delle conferme metrologiche della bilancia è meglio applicare:

$$u(d_j) = s_c$$

con  $s_c$  lo scarto tipo cumulato della bilancia.

Per tutto il resto, stima dei misurandi e della loro incertezza si opera come nel precedente §8.

#### Esempio 9.1

Con la stessa bilancia di cui all'es. 8.1 si tarano 3 ( $J = 3$ ) campioni di massa di classe  $M_1$ , di cui si può ipotizzare una densità pari a  $\rho_{x1} = \rho_{x2} = \rho_{x3} = (8000 \pm 2300) \text{ kg m}^{-3}$ , per confronto con un campione di classe  $E_2$  di valore certificato  $m_c = (1000,00087 \pm 0,00016) \text{ g}$ , avente quindi densità  $\rho_c = (8000 \pm 115,47) \text{ kg m}^{-3}$ , il confronto avviene in aria di densità  $\rho_a = (1,16 \pm 0,02) \text{ kg m}^{-3}$ . Le letture della bilancia sono contenute in tab. 11, lo schema di pesatura è stato ripetuto  $n = 4$  volte.



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

# LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI

Identificazione: SIT/Tec-004/03

Revisione: 1

Data 2004/05/25

Pagina 29 di 36

*Tabella 11 dati delle letture e delle differenze dell'esempio 9.1*

<i>l</i>	Campione $A_{c1} (L_{c1})$	Misur. 1 $B_{m1} (L_{m1})$	Misur. 2 $B_{m2} (L_{m2})$	Misur. 3 $B_{m3} (L_{m3})$	Campione $A_{c12} (L_{c2})$	$d_{1l}$ /g	$d_{2l}$ /g	$d_{3l}$ /g
1	1000,012	999,985	1000,985	999,979	1000,013	-0,0275	0,9725	-0,0425
2	1000,013	999,985	1000,987	999,971	1000,014	-0,0285	0,9735	-0,0425
3	1000,015	999,988	1000,987	999,972	1000,016	-0,0275	0,9715	-0,0435
4	1000,016	999,989	1000,988	999,972	1000,016	-0,0270	0,9720	-0,0430

Applicando le formule (31 e 32) si ottiene:

$$d_1 = \bar{d}_1 = -0,027625 \text{ g} \quad s_{d_1} = 0,000629 \text{ g}$$

$$d_2 = \bar{d}_2 = 0,972375 \text{ g} \quad s_{d_2} = 0,000854 \text{ g}$$

$$d_3 = \bar{d}_3 = -0,042875 \text{ g} \quad s_{d_3} = 0,000479 \text{ g}$$

ciascun confronto ha  $\nu = 3$  gradi di libertà.

La stima del valore dei misurandi e della loro incertezza procedono si è visto in §8, l'esempio sarà sviluppato in dettaglio per il solo misurando 1.

Dato che lo schema è stato ripetuto, si può effettuare la conferma metrologica. La bilancia possiede i parametri metrologici dopo la conferma di es. 8.1

Dalla (31) si ricava  $d_1 = -27,625 \text{ mg}$

Dalla (32) si ricava  $s_{d_1} = 0,629 \text{ mg}$ , per cui si verifica  $s_{d_1} < 2 s_{c1} = 0,944 \text{ mg}$  e si computa (25)

il nuovo scarto tipo cumulato  $s_{c2} = 0,489 \text{ mg}$ , con 32 gradi di libertà;

Dalla (26)  $u(d_1) = 0,282 \text{ mg}$

Per quanto riguarda la correzione per l'effetto di spinta aerostatica, applicando la (22) si ottiene:

$$\delta m_B = 1000 \cdot (1,16 - 1,2) \cdot \left( \frac{1}{8000} - \frac{1}{8000} \right) = 0 \text{ g}$$

Per applicare la (27) si calcola:


$$V_x - V_c = m_0 \left( \frac{1}{\rho_x} - \frac{1}{\rho_c} \right) = 1 \cdot \left( \frac{1}{8000} - \frac{1}{8000} \right) = 0 \text{ m}^3$$

$$u(V_x - V_c) = m_0 \sqrt{\frac{u^2(\rho_x)}{\rho_x^4} + \frac{u^2(\rho_c)}{\rho_c^4}} = 1 \cdot \sqrt{\left( \frac{2300^2}{8000^4} + \frac{115,47^2}{8000^4} \right)} = 35,98 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{e quindi (27) } u^2(\delta m_B) = 0 + (0,04 \cdot 35,98 \cdot 10^{-6})^2 + (0,02 \cdot 35,98 \cdot 10^{-6})^2 = 2,5895 \cdot 10^{-12} \text{ kg}^2$$

$$u(\delta m_B) = 1,609 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 1,609 \text{ mg}$$

La tabella riassuntiva del bilancio delle incertezze si modifica come segue:

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 30 di 36

*Tabella 12 – Bilancio delle incertezze, esempio 9.1*

grandezza - $Q$	stima - $q$ / g	incertezza $u(q)$ /mg	coeff. sens.	contributo all'incertezza /mg
$m_c$	1000,00087	0,080	1	0,080
$d_1$	-0,027625	0,282	1	0,282
$\delta m_B$	0,	1,609	1	1,609
$m_{x1}$	999,973245			1,635

Per gli altri misurandi si possono effettuare con successo gli stessi controlli sulla ripetibilità della bilancia, il calcolo dell'incertezza porta gli stessi risultati, per cui si può concludere con la seguente tabella dei risultati.

*Tabella 13 – risultati, esempio 9.1*

Misurando	Valore /g	Incetezza estesa /mg
$m_{x1}$	999,9732	3,3
$m_{x2}$	1000,9732	3,3
$m_{x3}$	999,9580	3,3

Qualora non si fosse ripetuto quattro volte il ciclo di pesatura, ma si avessero avuto solo la prima riga di tabella 11, si sarebbero ottenuti i seguenti risultati (applicando  $u(d_j) = s_c = 0,472$  mg si ottiene  $u(m_x) = 1,679$  mg)

*Tabella 14 – risultati se non si fossero ripetute le letture, esempio 9.1*


Misurando	Valore /g	Incetezza estesa /mg
$m_{x1}$	999,9734	3,4
$m_{x2}$	1000,9734	3,4
$m_{x3}$	999,9584	3,4

Non si è voluto riportare qui il calcolo delle covarianze tra i valori  $m_{xj}$  trovati, questa è comunque molto elevata e, se necessario, si può supporre il fattore di correlazione pari a 1.

Infine si osservi che il criterio di conformità alla classe contenuto nella OIML R111 §3.3, che qui viene riassunto:

$$m_0 - (\delta m - U) \leq m_x \leq m_0 + (\delta m - U)$$

in cui  $m_0$  è il valore nominale del valore di massa convenzionale e  $\delta m$  è il massimo errore permesso (si veda tab. 1), impedisce di confermare la conformità della massa denominata  $m_{x2}$  alla classe di accuratezza  $M_1$ , in quanto superiore al massimo valore permesso di 1000,0467 g.

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 31 di 36

## Appendice 1

### Calcolo della densità dell'aria.

Il calcolo della densità dell'aria si può svolgere con la formula consigliata dal BIPM [14], alcune espressioni semplificate sono largamente in uso. Note la temperatura  $t$  in °C, la pressione  $p$  in Pa e l'umidità relativa  $u_r$  in %, se le condizioni ambientali non si scostano di più del 10 % rispetto a quelle normali, si può usare la formula la formula:

$$\rho_a(t, p, u_r) = \rho_0 + \frac{\partial \rho}{\partial t}(t - 20) + \frac{\partial \rho}{\partial p}(p - 100\,000) + \frac{\partial \rho}{\partial u_r}(u_r - 50) \quad (a1)$$

con i parametri necessari della tabella a1. La formula è soggetta ad un'incertezza relativa non inferiore a  $10^{-3}$ , se le incertezze tipo delle variabili di influenza possono essere stimate come  $u(t) = 1$  °C,  $u(p) = 100$  Pa,  $u(u_r) = 10$  % l'incertezza composta della densità dell'aria vale  $u(\rho_a) = 0,0048$  kg · m<sup>-3</sup> (incertezza tipo relativa  $4 \cdot 10^{-3}$ ).

Tabella a1

Se $t = 20$ °C , $p = 100\,000$ Pa , $u_r = 50$ %	
$\rho_0$	1,1835 kg · m <sup>-3</sup>
$\frac{\partial \rho}{\partial t}$	- 0,0044 kg · m <sup>-3</sup> · K <sup>-1</sup>
$\frac{\partial \rho}{\partial p}$	0,000012 kg · m <sup>-3</sup> · Pa <sup>-1</sup>
$\frac{\partial \rho}{\partial u_r}$	- 0,0001 kg · m <sup>-3</sup> per % di umidità

Direttamente derivata dalla formula del BIPM, si può utilizzare la seguente:


$$\rho_a = \frac{0,34848 \times p - 0,009024 \times h_r \times \exp(0,0612t)}{273,15 + t} \quad a2$$

dove

$\rho_a$	Densità dell'aria in kg/m <sup>3</sup>
$p$	Pressione barometrica in hPa
$h_r$	Umidità relativa dell'aria in %
$t$	Temperatura dell'aria in °C

La formula comporta un contributo di incertezza  $u_{\text{form}}/\rho_a \leq 2 \times 10^{-4}$  se viene applicata nelle seguenti condizioni (le incertezze delle misure di  $p$ ,  $h_r$ ,  $t$  non sono incluse)

$$900 \text{ hPa} \leq p \leq 1100 \text{ hPa}$$

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO  <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 32 di 36

$$h_r \leq 80 \%$$

$$10 \text{ }^{\circ}\text{C} \leq t \leq 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Se  $u(t) = 0,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $u(p) = 1 \text{ hPa}$ ,  $u(h_r) = 10 \%$  l'incertezza composta della densità dell'aria vale  $u(\rho_a) = 0,0016 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  (incertezza tipo relativa  $1,3 \cdot 10^{-3}$ ).

Nel caso si conosca solo l'altezza  $h$  (in m) sul livello del mare del sito ove il Laboratorio si trova, si può applicare la:

$$\rho_a = \rho_0 \times \exp\left(-\frac{\rho_0}{p_0} gh\right) \quad \text{a3}$$


con  $p_0 = 101325 \text{ Pa}$

$$\rho_0 = 1,200 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

a cui si applica un'incertezza composta non inferiore a  $0,02 \text{ kg m}^{-3}$ .



 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 33 di 36

## Appendice 2

### Esempio di Certificato di taratura di una bilancia

Casa costruttrice	XXXXXX	Pesiera impiegata: Yyyy, Certificato: yy
Modello	xxxxx	Procedura impiegata: Tttt
N. matricola	xxxxxxxxxx	La catena di riferibilità del Centro ha
Proprietà	XXXXXXXXXX	inizio dai campioni di prima linea Xxxx,
Portata	4100 g	tarati da Zzzz, Certificato N. yyy, datato
Unità' di formato $uf$	0,01 g	yyyy-mm-dd
Tempo di stabilizzazione $t$	2 s	
Intervallo costante tra le letture $T$	30 s	Coefficiente di sensibilità termica $2,00 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

### Sensibilità all'eccentricità' del carico

Carico: 2000 g Variazione max lettura: 0,04 g  
 Incertezza ( $u_E$ ) = 0,023 g

### Ripetibilità

Carico: 2000 g Scarto tipo della bilancia  $s_L = 0,0047 \text{ g}$   
 Carico: 4000 g Scarto tipo della bilancia  $s_L = 0,0019 \text{ g}$   
 Massima incertezza composta di ripetibilità  $u_B = 0,0056 \text{ g}$

### Linearità

Massimo effetto di isteresi e deriva entro 60 s: 0,01 g  
 Temperatura media durante la misura di linearità 20,1 °C,  
 Massima variazione di temperatura registrata 0,2 °C.  
 Umidità relativa media durante le misure 55 %

Coefficienti  $\alpha_i$  polinomio interpolatore di terzo grado e Matrice  $\psi_\alpha$  di varianza-covarianza:

Coefficiente di grado	Coefficienti polinomio $\alpha_i$	Matrice di covarianza			
		$\psi_\alpha$			
0	-0,00007147	$2,07 \cdot 10^{-5}$	$-3,47 \cdot 10^{-08}$	$1,60 \cdot 10^{-11}$	$-2,19 \cdot 10^{-15}$
1	-0,00001301	$-3,47 \cdot 10^{-08}$	1,07 E-10	$-6,18 \cdot 10^{-14}$	$9,50 \cdot 10^{-18}$
2	$8,0688 \cdot 10^{-9}$	$1,60 \cdot 10^{-11}$	$-6,18 \cdot 10^{-14}$	$3,91 \cdot 10^{-17}$	$-6,34 \cdot 10^{-21}$
3	$-1,6592 \cdot 10^{-12}$	$-2,19 \cdot 10^{-15}$	$9,50 \cdot 10^{-18}$	$-6,34 \cdot 10^{-21}$	$1,06 \cdot 10^{-24}$

La determinazione del polinomio interpolatore è stata fatta con  $\nu = 18$  gradi di libertà



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

**LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE  
CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI**

Identificazione: SIT/Tec-004/03

Revisione: 1

Data 2004/05/25

Pagina 34 di 36

**Correzioni della lettura e incertezza estesa di taratura**


Lecture L nominali /g	Correzioni $\Delta M$ /g	Incertezza estesa $U$ /g
0	-0,0001	0,0098
400	-0,0041	0,0062
800	-0,0062	0,0063
1200	-0,0069	0,0063
1600	-0,0070	0,0058
2000	-0,0071	0,0054
2400	-0,0077	0,0058
2800	-0,0097	0,0063
3200	-0,0134	0,0063
3600	-0,0197	0,0064
4000	-0,0292	0,0104

L'incertezza estesa di taratura è espressa al livello di fiducia del 95 % (ottenuta, nel caso di distribuzione normale e di elevato numero di gradi di libertà, moltiplicando per due l'incertezza tipo. L'incertezza tipo è stata determinata conformemente al documento EA-4/02.

Le correzioni  $\Delta M$  devono essere sommate alla lettura  $L$  della bilancia per ottenere il valore più vicino alla massa convenzionale dell'oggetto posto sul ricettore di carico.

Una prova di tipo qualitativo è stata fatta per individuare eventuali effetti di interazione magnetica tra la bilancia e un carico ferromagnetico. L'esito è stato negativo.

Data 30/04/91

 <b>SIT</b> Servizio di Taratura in Italia	TITOLO <b>LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI</b>		
Identificazione: SIT/Tec-004/03	Revisione: 1	Data 2004/05/25	Pagina 35 di 36

***Note esplicative, in foglio a parte, esterno al Certificato.***

1. La taratura di cui sono riportati i risultati vale nelle condizioni operative ed ambientali riscontrate durante le prove. Se la bilancia verrà rimossa i risultati qui riportati non sono più validi.
2. La bilancia è stata tarata in “valore convenzionale di massa”, cioè indicherà la massa di un oggetto di densità  $8000 \text{ kg m}^{-3}$  in grado di equilibrare il misurando in aria di densità  $1,2 \text{ kg m}^{-3}$ , alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$ .
3. Dato il polinomio interpolatore di terzo grado, è possibile, nota la lettura  $L$  della bilancia, calcolare la correzione  $\Delta M$  che deve essere aggiunta a  $L$  (in tabella è riportato il calcolo per 11 valori di letture nominali) :

$$\Delta M = \alpha_0 + L\alpha_1 + L^2\alpha_2 + L^3\alpha_3$$

In notazione matriciale, se:  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 & L & L^2 & L^3 \end{bmatrix}$  e  $\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$  sarà  $\Delta M = \mathbf{a} \boldsymbol{\alpha}$

e l'incertezza composta di  $\Delta M$  dovuta alla taratura nel caso in cui si tenga conto della correzione:

$$u(\Delta M) = \sqrt{\mathbf{a} \boldsymbol{\psi}_\alpha \mathbf{a}^T}$$

mentre nel caso in cui non si tenga conto della correzione:

$$u(\Delta M) = \sqrt{\mathbf{a} \boldsymbol{\psi}_\alpha \mathbf{a}^T + \frac{(\alpha_0 + L\alpha_1 + L^2\alpha_2 + L^3\alpha_3)^2}{3}}$$

4. Calcolata la correzione  $\Delta M$ , il valore convenzionale di masse  $M$  più probabile che ha causato la lettura  $l$  è:

$$M = l + \Delta M$$

Se la bilancia è stata impiegata correttamente, nelle condizioni ambientali previste, l'incertezza composta del valore corretto  $M$  si può stimare:

$$u(M) = \sqrt{u_B^2 + u^2(\Delta M)}$$

si userà  $u_B$  indicato nel Certificato.

5. Per stimare l'incertezza estesa d'uso  $U_u$ , conoscendo il carico  $M$ , bisogna tener conto dei fattori ambientali ed operativi variati rispetto alla taratura. Una possibile stima non può essere inferiore a:

$$U_u = 2\sqrt{u^2(M) + u^2(\delta m_m) + u_E^2 + u^2(\delta m_t) + u^2(\delta m_o)}$$



SIT  
Servizio di Taratura in Italia

TITOLO

# LINEA GUIDA PER LA TARATURA DEL VALORE CONVENZIONALE DI MASSA DI CORPI FISICI

Identificazione: SIT/Tec-004/03

Revisione: 1

Data 2004/05/25

Pagina 36 di 36

con: -  $u(\delta m_m)$  l'incertezza tipo dovuta ad eventuali effetti di interazioni magnetiche tra carico e bilancia (se l'effetto è identificato si può stimare  $u(\delta m_m) = 10^{-5} \cdot M$ );

- $u_E$  l'incertezza tipo dovuta alla sensibilità della bilancia ai carichi eccentrici:  $u_E = \frac{\text{diff}L_{\max}}{\sqrt{3}}$

con  $\text{diff}L_{\max}$  la differenza indicata dal Certificato;

- $u(\delta m_t)$  l'incertezza tipo dovuta alla variazione delle condizioni termiche d'uso rispetto a quelle di taratura:  $u(\delta m_t) = \frac{K_t M \Delta t}{\sqrt{3}}$ , con  $\Delta t$  differenza di temperatura della bilancia tra la taratura e l'uso,  $K_t$  coefficiente di sensibilità termica fornito dal costruttore. In caso mancasse tale dato si può utilizzare il coefficiente fornito dalla seguente tabella.

-

Numero di $uf$	$10^6 K_t / ^\circ\text{C}^{-1}$
> 300 000	da <3 a 1,5
da 60 000 a 300 000	da 6 a 3
< 60 000	da 10 a 6

- $u(\delta m_o)$  l'incertezza tipo che tiene conto di effetti di interazione della bilancia con l'ambiente e l'operatore.